

基于原子范数最小化的通信感知一体化 目标参数估计方法

杨 龔, 赵建伟, 贾维敏, 金 伟, 何 芳
(火箭军工程大学, 陕西 西安 710025)

摘 要: 为解决传统算法对信噪比和快拍数要求较高的问题, 提出了一种基于原子范数最小化的通信感知一体化目标参数估计方法。首先, 基于正交频分复用波形设计了通信感知一体化接收信号模型。在此基础上, 挖掘接收信号在目标时延与多普勒在时频域的稀疏性, 在快拍数有限情形下, 利用原子范数最小化理论实现二维时频多普勒和时延参数联合估计。此外, 利用奇异值分解提取接收信号的主要成分, 设计了基于交替方向乘子法的快速求解算法, 以降低算法的计算量。仿真结果表明: 所提算法实现了通信感知一体化系统在有限快拍下的高估计精度, 并显著提升了运算效率。

关键词: 通信感知一体化; 有限快拍; 目标参数估计; 原子范数最小化; 交替方向乘子法

中图分类号: TN929.5

文献标志码: A

文章编号: 2097-2741(2024)01-064-08

Target Parameter Estimation Method of Integrated Sensing and Communication System Based on Atomic Norm Minimization

YANG Yan, ZHAO Jianwei, JIA Weimin, JIN Wei, HE Fang
(Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, Shaanxi)

ABSTRACT: To solve high requirements for signal-to-noise ratio and number of snapshots in traditional algorithms, a target parameter estimation method for sensing and communication integrated system was proposed based on atomic norm minimization (ANM). Firstly, an integrated received signal model was designed based on orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) waveform. On this basis, the sparsity of the received signal in target delay and Doppler in time-frequency domain were explored. Simultaneously, the joint estimation of parameters of time-frequency delay and Doppler was realized by atomic norm minimization (ANM) theory in the case of limited number of snapshots. In addition, main components of the received signal were extracted by singular value decomposition. Thereby, a fast solution algorithm was designed based on alternating direction method of multiplier (ADMM) to reduce the computation amount. Simulation results showed that the proposed algorithm achieves high estimation accuracy under limited number of snapshots of the sensing and communication integrated system, and significantly improves

收稿日期: 2024-01-11

基金项目: 国家自然科学基金 (62001500)

第一作者: 杨龔 (2000—), 男, 硕士研究生, 主要从事通信感知一体化研究。E-mail: 2377982123@qq.com

通信作者: 赵建伟 (1989—), 男, 讲师, 主要从事无人机通信研究。E-mail: zhaojianweiep@163.com

引用格式: 杨龔, 赵建伟, 贾维敏, 等. 基于原子范数最小化的通信感知一体化目标参数估计方法[J]. 火箭军工程大学学报, 2024, 38 (1): 64-70, 78.

the operation efficiency.

KEYWORDS: integrated sensing and communication; limited snapshots; target parameter estimation; ANM; alternating direction method of multipliers

第六代移动通信系统被认为能够同时实现超高速率通信和高精度感知。通信感知一体化技术凭借其在提高频谱和能源效率方面的潜力,通过共享相同的传输信号、稀缺的频谱和昂贵的硬件资源,同时实现无线传感和通信,在学术界和工业界已经引起了极大的研究兴趣和关注,成为最有前途的6G关键技术之一^[1]。

正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)是一种多载频调制波形,具有高维度、高频谱利用率、强抗多径衰落能力和便于同步均衡等优势,因此,基于OFDM信号的通信感知一体化技术得到了广泛研究^[2-3]。

目标时延和多普勒联合估计在目标定位和识别方面发挥着重要作用,大量参数估计算法已被提出,如多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)和旋转不变技术估计信号参数(Estimating Signal Parameter via Rotational Invariance Techniques, ESPRIT)算法等。Oziewicz等^[4]采用MUSIC算法实现了OFDM信号在通信中的多径时延和多普勒的估计。刘永军等^[5]基于OFDM的雷达发射方式,使用MUSIC算法实现了距离和速度的高分辨处理。Chen等^[3]提出了一种用于OFDM通信感知一体化系统的基于MUSIC算法的感知方案,该方案实现了对到达角、距离和速度的精确估计。Xiang等^[2]提出了一种基于ESPRIT算法的运动目标估计方法,实现了目标距离和速度的超分辨率和低复杂度估计。然而,此类传统算法对信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)和快拍数要求较高,在对感知实时性要求较高的场景中,一体化基站接收信号的快拍数受限,在实际应用中仍然存在巨大的障碍。

近年来,压缩感知算法因其所需快拍数少和更好的抗噪性能,已成为目标二维参数联合估计的新思路。Sen等^[6]利用压缩感知理论实现了OFDM信号对目标高分辨距离和速度测量,但是该方法运算量较大。Jian等^[7]采用离网稀疏贝叶斯学习,它直接作用于连续角度延迟参数域,避免了网格失配问题,实现了良好的信道估计精度。然而,此类传统压缩感知方法是基于网格形式,对于处于连续域的时延和多普勒频率而言,仍然

有一定的缺陷。Tang等^[8]提出了基于原子范数最小化(Atomic Norm Minimization, ANM)的无网格压缩感知算法,该算法在连续域探索信号的稀疏性,不需要进行网格离散化,有效提高了稀疏恢复的精度。ANM算法现已成为无网格压缩感知的强大工具。Tang等^[9]将角度估计问题公式化为ANM问题,进而转化为高维的半正定规划(Semi-Definite Program, SDP)求解,但是导致计算复杂度非常高。

鉴于此,本文基于OFDM波形提出了一种基于ANM算法的目标时延和多普勒联合估计方法。首先,建立了目标时延和多普勒的原子集,定义了一个二维原子范数;然后,将二维原子范数最小化问题转换成SDP问题求解。进一步基于奇异值分解,提取接收信号的主要成分,从而实现半正定矩阵维度的降低;最后,设计了基于交替方向乘子法(Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM)的通信感知一体化联合参数快速求解方法,以减少运算量。

1 信号模型

考虑使用OFDM信号作为通信感知一体化波形,假设通信码元已知,要实现目标的探测,则基站单脉冲发射的信号^[10]为

$$s(t) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} d_{n,m} \exp(j2\pi n \Delta f t) \cdot \text{rect}\left(\frac{t - T/2 - mT}{T}\right)$$

式中: $d_{n,m}$ 是第 n 个子载波的第 m 个基带 OFDM 符号; Δf 是子载波间隔; $T = T_s + T_g$ 表示信号时宽, $T_s = 1/\Delta f$ 为 OFDM 符号的持续时间, T_g 为保护间隔; M 和 N 分别为 OFDM 符号和子载波的数量; $\text{rect}(t/T)$ 是持续时间 T 的矩形窗口函数。

基站接收到的经多目标反射后的基带回波信号可表示为^[3, 10]

$$y(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_k d_{n,m} \text{rect}\left(\frac{t - T/2 - mT - \tau_k}{T}\right) \cdot \exp(j2\pi n \Delta f (t - \tau_k)) \cdot \exp(j2\pi f_k (t - \tau_k)) + \omega(t) \approx$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_k d_{n,m} \text{rect} \left(\frac{t - T/2 - mT - \tau_k}{T} \right) \cdot \exp (j2\pi n \Delta f (t - \tau_k)) \cdot \exp (j2\pi f_k t) + \omega(t)$$

式中: K 表示目标数量, 第 k 条路径上的时延和多普勒频率分别表示为 τ_k 和 f_k ; $\tau_k = (2r_k)/c$, r_k 为第 k 个目标与基站之间的距离; $f_k = (2v_k)/\lambda$, v_k 为第 k 个目标相对于基站的径向速度; 复数系数 α_k 表示第 k 个目标的路径衰减; $\omega(t)$ 表示高斯白噪声。

OFDM 通信感知一体化波形可以利用循环前缀技术来保证不同路径的回波可在同一个符号内。由于 OFDM 子载波在频域是正交的, 且在不同符号间是时分的, 那么, 接收机采样得到的回波信号经去循环前缀处理后的第 m 个符号的紧缩形式可表示为

$$\begin{aligned} y_m(t) &= \sum_{k=1}^K \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_k \exp (j2\pi n \Delta f (t - \tau_k)) \cdot \exp (j2\pi f_k t) + \omega_m(t) \approx \\ &\sum_{k=1}^K \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_k \exp (j2\pi n \Delta f (t - \tau_k)) \cdot \exp (j2\pi f_k m T_s) + \omega_m(t) \end{aligned}$$

对第 m 个符号内的接收信号进行傅里叶变换, 则第 n 个子载波中的信号可以表示为

$$y_{mn}(t) = \sum_{k=1}^K \alpha_k \exp (j2\pi n \Delta f (t - \tau_k)) \cdot \exp (j2\pi f_k T_s) + v_{mn}(t)$$

式中: v_{mn} 是经傅里叶变换后的高斯白噪声。考虑单快拍情况, 第 m 个符号、第 n 个子载波的接收信号可化简为

$$y_{mn} = \sum_{k=1}^K \alpha_k \exp (j2\pi n \Delta f (-\tau_k)) \cdot \exp (j2\pi m f_k T_p) + v_{mn}$$

$$\text{令 } \beta_k = \Delta f \tau_k \in [0, 1], \quad \theta_k = f_k T_p \in [-0.5, 0.5]$$

为归一化时频分量。进一步可得

$$y_{mn} = \sum_{k=1}^K \alpha_k \exp (j2\pi (m\theta_k - n\beta_k)) + v_{mn}$$

令 $\mathbf{b}(\beta_k) = [1, \exp(j2\pi\beta_k), \dots, \exp(j2\pi n\beta_k), \dots, \exp(j2\pi(N-1)\beta_k)]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 为第 k 个目标的时间导向矢量, 类似地, 第 k 目标 $\mathbb{C}$ 的频率导向矢量可表示为 $\mathbf{a}(\theta_k) = [1, \exp(j2\pi\theta_k), \dots, \exp(j2\pi m\theta_k), \dots, \exp(j2\pi(M-1)\theta_k)]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 。

第 l 个快拍下的接收信号可表示为

$$\mathbf{y} = \sum_{k=1}^K \alpha_{k,l} \mathbf{a}_l(\theta_k) \otimes \mathbf{b}_l(\beta_k) + \mathbf{v}_l$$

式中: $\otimes$ 表示克罗内克积 (Kronecker Product);

$\mathbf{v}_l$ 为第 l 个快拍下的加性高斯白噪声, 与目标无关。进一步可得, 接收端在 K 个目标、第 l 个快拍下的接收信号为

$$\mathbf{Y}_l = \mathbf{A}_l(\theta) \oplus \mathbf{B}_l(\beta) \boldsymbol{\alpha}_l + \mathbf{v}_l$$

式中: $\boldsymbol{\alpha}_l = [\alpha_{l,1}, \alpha_{l,2}, \dots, \alpha_{l,K}]^T \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ 表示 K 个目标在第 l 个快拍的路径衰减; $\mathbf{A}(\theta) \oplus \mathbf{B}(\beta) = [\mathbf{a}(\theta_1) \otimes \mathbf{b}(\beta_1), \mathbf{a}(\theta_2) \otimes \mathbf{b}(\beta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K) \otimes \mathbf{b}(\beta_K)]$; $\oplus$ 表示 Khatri-Rao 积; $\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)] \in \mathbb{C}^{M \times K}$ 为时间导向矢量矩阵; $\mathbf{B}(\beta) = [\mathbf{b}(\beta_1), \mathbf{b}(\beta_2), \dots, \mathbf{b}(\beta_K)] \in \mathbb{C}^{N \times K}$ 为频率导向矢量矩阵。

在接收 L 个快拍后, 接收信号可进一步表示为

$$\mathbf{Y}_v = (\mathbf{A}(\theta) \oplus \mathbf{B}(\beta)) \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{v}$$

式中:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_v &= [\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \dots, \mathbf{Y}_l, \dots, \mathbf{Y}_L] \in \mathbb{C}^{MN \times L} \\ \boldsymbol{\alpha} &= [\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \dots, \boldsymbol{\alpha}_l, \dots, \boldsymbol{\alpha}_L] \in \mathbb{C}^{K \times L} \\ \mathbf{v} &= [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_l, \dots, \mathbf{v}_L] \in \mathbb{C}^{MN \times L} \end{aligned}$$

2 基于 ANM 的时延和多普勒联合估计算法

2.1 原子集构建与原子范数定义

首先, 定义目标时延和多普勒的原子集 J 为^[8-9, 11]

$$\begin{aligned} J &\triangleq \{ \mathbf{a}(\theta) \otimes \mathbf{b}(\beta) \boldsymbol{\gamma} \mid \beta \in [0, 1], \\ &\theta \in [-0.5, 0.5], \\ &\|\boldsymbol{\gamma}\|_2 = 1, \boldsymbol{\gamma} \in \mathbb{C}^{1 \times L} \} \end{aligned}$$

式中: $\|\cdot\|_p$ 表示 L_p 范数。

暂时忽略噪声, 则无噪信号可表示为

$$\mathbf{Y} = \sum_{k=1}^K c_k \mathbf{a}(\theta_k) \otimes \mathbf{b}(\beta_k) \boldsymbol{\gamma}_k$$

式中: $c_k = \|\boldsymbol{\alpha}_{k,:}\|_2$, $\boldsymbol{\alpha}_{k,:}$ 表示 $\boldsymbol{\alpha}$ 的第 k 行; $\boldsymbol{\gamma}_k = \boldsymbol{\alpha}_{k,:} / \|\boldsymbol{\alpha}_{k,:}\|_2$; $\mathbf{a}(\theta_k) \otimes \mathbf{b}(\beta_k) \boldsymbol{\gamma}_k \in J$ 。

结合压缩感知理论相关概念, 关于 $\mathbf{Y}$ 的原子 l_0 范数可定义为

$$\begin{aligned} \|\mathbf{Y}\|_{J,0} &\triangleq \inf \{ K \mid \mathbf{Y} = \sum_{k=1}^K \hat{c}_k \mathbf{d}_k, \\ &\mathbf{d}_k = \mathbf{a}(\theta_k) \otimes \mathbf{b}(\beta_k) \boldsymbol{\gamma}_k, \\ &\mathbf{d}_k \in J, \hat{c}_k > 0 \} \end{aligned}$$

然而, 此问题属于 NP-hard 问题, 难以求解。通过凸松弛, 接收信号 $\mathbf{Y}$ 的原子范数可转化为

$$\|\mathbf{Y}\|_J \triangleq \inf \{ \sum_k \hat{c}_k \mid \mathbf{Y} = \sum_k \hat{c}_k \mathbf{d}_k, \mathbf{d}_k =$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{a}(\theta_k) \otimes \mathbf{b}(\beta_k) \gamma_k, \\ & \mathbf{d}_k \in J, \hat{c}_k > 0 \} \end{aligned} \quad (1)$$

2.2 原子范数最小化问题求解

令 $\|\mathbf{Y}\|_J$ 最小化, 式 (1) 可变换成如下的半正

定规划问题

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{u}, \mathbf{V}} \frac{1}{2\sqrt{MN}} [\text{Tr}(\mathbf{T}(\mathbf{u})) + \text{Tr}(\mathbf{V})] \\ \text{s.t.} \begin{bmatrix} \mathbf{T}(\mathbf{u}) & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Y}^H & \mathbf{V} \end{bmatrix} \succeq 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\text{Tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹; $\mathbf{u}$ 和 $\mathbf{V}$ 均为辅助变量,

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = & [u_{0,0}, u_{0,1}, \dots, u_{0,N-1}, u_{1,-(N-1)}, u_{1,-(N-2)}, \dots, \\ & u_{1,(N-1)}, \dots, u_{M-1,-(N-1)}, u_{M-1,-(N-2)}, \dots, \\ & u_{M-1,-(N-1)}]^T \in \mathbb{C}^{(M-1)(2N-1)+N}, \mathbf{V} \in \mathbb{C}^{L \times L}; \end{aligned}$$

上标 H 表示共轭转置; $\mathbf{T}(\mathbf{u})$ 表示将 $\mathbf{u}$ 转换成共轭、二维块 Toeplitz 矩阵, 即

$$\begin{aligned} \mathbf{T}(\mathbf{u}) = & \begin{bmatrix} \mathbf{T}_0 & \mathbf{T}_1 & \dots & \mathbf{T}_{M-1} \\ \mathbf{T}_1^H & \mathbf{T}_0 & \dots & \mathbf{T}_{M-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{T}_{M-1}^H & \mathbf{T}_{M-2}^H & \dots & \mathbf{T}_0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{T}_i = & \begin{bmatrix} u_{i,0} & u_{i,1} & \dots & u_{i,N-1} \\ u_{i,-1} & u_{i,0} & \dots & u_{i,N-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{i,-(N-1)} & u_{i,-(N-2)} & \dots & u_{i,0} \end{bmatrix}, \\ & i = 0, 1, \dots, M-1 \end{aligned}$$

当噪声存在时, 目标函数修正为

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{u}, \mathbf{V}, \gamma} \frac{1}{2\sqrt{MN}} [\text{Tr}(\mathbf{T}(\mathbf{u})) + \text{Tr}(\mathbf{V})] + \\ \frac{\eta}{2} \|\mathbf{Y}_v - \mathbf{Y}\|_F^2 \\ \text{s.t.} \begin{bmatrix} \mathbf{T}(\mathbf{u}) & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Y}^H & \mathbf{V} \end{bmatrix} \succeq 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中: η 为正则项系数。该优化问题可直接通过 MATLAB 软件的 CVX 工具箱求解。

在式 (3) 中获得 SDP 问题的最优解后, 可以使用估计的 $\mathbf{T}(\tilde{\mathbf{u}})$ 通过二维旋转不变性方法完成目标的时延和多普勒估计。对 $[\mathbf{T}(\tilde{\mathbf{u}})]$ 进行特征值分解, 有

$$\mathbf{T}(\tilde{\mathbf{u}}) = [\mathbf{A}(\tilde{\theta}) \oplus \mathbf{B}(\tilde{\beta})] \tilde{\zeta} [\mathbf{A}(\tilde{\theta}) \oplus \mathbf{B}(\tilde{\beta})]^H$$

式中: $\tilde{\zeta} = \text{diag}([\tilde{\zeta}_1, \tilde{\zeta}_2, \dots, \tilde{\zeta}_r])$, $\tilde{\zeta}_i$ 是一个正实数值。而后使用以下步骤来获得目标的时延和多普勒估计。

Step1 对 $\mathbf{T}(\tilde{\mathbf{u}})$ 进行特征值分解, 可得

$$\mathbf{T}(\tilde{\mathbf{u}}) = \mathbf{\Xi}_s \mathbf{\Sigma}_s \mathbf{\Xi}_s^H + \mathbf{\Xi}_n \mathbf{\Sigma}_n \mathbf{\Xi}_n^H$$

式中: $\mathbf{\Xi}_s$ 是 $\mathbf{T}(\tilde{\mathbf{u}})$ 的信号子空间; $\mathbf{\Xi}_n$ 为噪声子空间; $\mathbf{\Sigma}_s$ 和 $\mathbf{\Sigma}_n$ 分别为对应的特征值对角矩阵。然后, 存在一个可逆矩阵 $\mathbf{\Gamma}$, 满足 $\mathbf{\Xi}_s = \mathbf{A}(\tilde{\theta}) \oplus \mathbf{B}$

$(\tilde{\beta}) \mathbf{\Gamma}$ 。

Step2 删除 $\mathbf{\Xi}_s$ 的后 N 行获得 $\mathbf{\Xi}_{s1}$, 删除 $\mathbf{\Xi}_s$ 的前 N 行获得 $\mathbf{\Xi}_{s2}$ 。然后, 有

$$\mathbf{\Xi}_{s1} = f_1(\tilde{\theta}, \tilde{\beta}) \mathbf{\Gamma}$$

式中: $f_1(\tilde{\theta}, \tilde{\beta}) \mathbf{\Gamma} = \mathbf{A}_1(\tilde{\theta}) \oplus \mathbf{B}_1(\tilde{\beta})$, 而 $\mathbf{A}_1(\tilde{\theta})$ 是前 $M-1$ 个阵列元素的发射导向矩阵。因此,

$$\mathbf{\Xi}_{s1} = f_1(\tilde{\theta}, \tilde{\beta}) \mathbf{\Gamma} \mathbf{G}(\tilde{\theta}) \mathbf{\Gamma}$$

式中: $\mathbf{G}(\tilde{\theta}) = \text{diag}([1, \exp(j2\pi\tilde{\theta}_1), \dots, \exp(j2\pi\tilde{\theta}_2), \dots, \exp(j2\pi\tilde{\theta}_p)])$ 。接下来, 得到

$\mathbf{\Xi}_{s1}^+ \mathbf{\Xi}_{s2} = \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{G}(\tilde{\theta}) \mathbf{\Gamma}$ 。最后, 对 $\mathbf{\Xi}_{s1}^+ \mathbf{\Xi}_{s2}$ 进行特征值分解, 以获得估计值 $\tilde{\theta}_k$, $k = 1, 2, \dots, K$ 。

Step3 构造 2 个置换矩阵 τ_1 和 τ_2 。

$$\tau_1 = [\mathbf{e}(1), \mathbf{e}(2), \dots, \mathbf{e}(N-1), \mathbf{e}(N+1), \dots,$$

$$\mathbf{e}(2N-1), \dots, \mathbf{e}((M-1)N+1), \dots,$$

$$\mathbf{e}((M-1)N+N-1)]^T \in \mathbb{R}^{M(N-1) \times MN}$$

$$\tau_2 = [\mathbf{e}(2), \mathbf{e}(3), \dots, \mathbf{e}(N), \mathbf{e}(N+2), \dots, \mathbf{e}$$

$$(2N), \dots, \mathbf{e}((M-1)N+2), \dots, \mathbf{e}(MN)]^T$$

$$\in \mathbb{R}^{M(N-1) \times MN}$$

式中: $\mathbf{e}(k) \in \mathbb{R}^{MN}$ 是一个列向量, 在第 k 个位置上为 1, 在其他位置为 0。那么有

$$\mathbf{\Xi}_{s3} = \tau_1 \mathbf{\Xi}_s, \mathbf{\Xi}_{s4} = \tau_2 \mathbf{\Xi}_s$$

类似地, 可以获得

$$\mathbf{\Xi}_{s3}^+ \mathbf{\Xi}_{s4} = \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{G}(\tilde{\beta}) \mathbf{\Gamma}$$

式中:

$$\mathbf{G}(\tilde{\beta}) = \text{diag}([1, \exp(j2\pi\tilde{\beta}_1), \dots,$$

$$\exp(j2\pi\tilde{\beta}_2), \dots, \exp(j2\pi\tilde{\beta}_k)])$$

最后, 对 $\mathbf{\Xi}_{s3}^+ \mathbf{\Xi}_{s4}$ 进行特征值分解, 以获得估计值 $\tilde{\beta}_k$, $k = 1, 2, \dots, K$ 。

Step4 根据信号子空间 $\mathbf{\Xi}_s$ 和引导向量 $\mathbf{a}(\tilde{\theta}) \otimes \mathbf{b}(\tilde{\beta})$ 之间的相似性, 对 $\tilde{\theta}_k$ 和 $\tilde{\beta}_k$ 进行配对, 即可得到 K 个目标时频估计结果。

从式 (3) 可知, 该优化问题属于 SDP 问题, 可使用 CVX 工具箱基于内点法求解。

3 基于 ADMM 的 ANM 快速求解方法

根据式 (3) 中的约束条件, 当接收信号 $\mathbf{Y}$ 的快拍数增加时, 其列数将增加, 从而导致整个半正定矩阵的维度增加。此外, 可发现该算法复杂度与半正定约束矩阵的维度关联性很强, 而半正定约束矩阵维度随着快拍数增加而增加。因此, 需要解决在较大快拍数时, 如何有效降低算法复杂度的问题。本节首先利用奇异值分解提取接收信

号的主要成分,从而实现半正定矩阵维度的降低,进一步提出一种基于 ADMM^[11-12] 的快速求解的 ANM-ADMM 算法。

当 $L \geq K$ 时,不考虑噪声,对 Y 进行奇异值分解,有

$$Y = \hat{\Psi} \hat{\Sigma} \hat{U}^H$$

式中: $\hat{\Sigma} \in \mathbb{C}^{MN \times L}$, 主对角线上的元素为奇异值, $\hat{\Psi} \in \mathbb{C}^{MN \times MN}$ 和 $\hat{U} \in \mathbb{C}^{L \times L}$ 是酉矩阵。进一步,有 $Y\hat{U} = Y[\hat{U}_1, \hat{U}_2] = [Y\hat{U}_1, 0]$ 。然后,假设 $\hat{Y} = Y\hat{U}_1$, 式 (2) 等价于

$$\begin{cases} \min_{u, \hat{V}} \frac{1}{2\sqrt{MN}} [\text{Tr}(\mathbf{T}(u)) + \text{Tr}(\hat{V})] \\ \text{s.t.} \begin{bmatrix} \mathbf{T}(u) & \hat{Y} \\ \hat{Y}^H & \hat{V} \end{bmatrix} \succeq 0 \end{cases} \quad (4)$$

考虑噪声, 式 (4) 进一步转化为

$$\begin{cases} \min_{u, \hat{V}, \hat{Y}} \frac{1}{2\sqrt{MN}} [\text{Tr}(\mathbf{T}(u)) + \text{Tr}(\hat{V})] + \frac{\eta}{2} \|\hat{Y}_v - \hat{Y}\|_F^2 \\ \text{s.t.} \begin{bmatrix} \mathbf{T}(u) & \hat{Y} \\ \hat{Y}^H & \hat{V} \end{bmatrix} \succeq 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中: $\hat{Y}_v$ 构造与 $\hat{Y}$ 的构造一致。

由式 (5) 可知, 在快拍数较大时, 经奇异值分解修正后, 算法的复杂度有效降低。

接下来, 基于 ADMM 方法进行推导, 式 (4) 可进一步表示为

$$\begin{cases} \min_{u, \hat{V}, \hat{Y}} \frac{1}{2\sqrt{MN}} [\text{Tr}(\mathbf{T}(u)) + \text{Tr}(\hat{V})] + \frac{\eta}{2} \|\hat{Y}_v - \hat{Y}\|_F^2 \\ \text{s.t.} \begin{bmatrix} \mathbf{T}(u) & \hat{Y} \\ \hat{Y}^H & \hat{V} \end{bmatrix} \succeq 0, Z \succeq 0 \end{cases}$$

其增广拉格朗日函数表达式为

$$\begin{aligned} L(u, \hat{V}, \hat{Y}, Z, \Xi) = & \frac{1}{2\sqrt{MN}} [\text{Tr}(\mathbf{T}(u)) + \text{Tr}(\hat{V})] + \\ & \frac{\eta}{2} \|\hat{Y}_v - \hat{Y}\|_F^2 + \\ & \left\langle \Xi, Z - \begin{bmatrix} \mathbf{T}(u) & \hat{Y} \\ \hat{Y}^H & \hat{V} \end{bmatrix} \right\rangle + \\ & \frac{\rho}{2} \left\| Z - \begin{bmatrix} \mathbf{T}(u) & \hat{Y} \\ \hat{Y}^H & \hat{V} \end{bmatrix} \right\|_F^2 \end{aligned}$$

式中: $\rho > 0$ 表示罚函数系数; $\Xi \in \mathbb{C}^{(MN+K)(MN+K)}$ 为拉格朗日乘子。

将 Ξ 和 Z 分别拆分为如下形式:

$$\Xi = \begin{bmatrix} \Xi_0 & \Xi_1 \\ \Xi_1^H & \Xi_2 \end{bmatrix}$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z_0 & Z_1 \\ Z_1^H & Z_2 \end{bmatrix}$$

式中:

$$\Xi_0 = \begin{bmatrix} \Xi_{0,0} & \Xi_{0,1} & \cdots & \Xi_{0,M-1} \\ \Xi_{0,1}^H & \Xi_{1,1} & \cdots & \Xi_{1,M-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Xi_{0,M-1}^H & \Xi_{1,M-1}^H & \cdots & \Xi_{M-1,M-1} \end{bmatrix}$$

$$Z_0 = \begin{bmatrix} Z_{0,0} & Z_{0,1} & \cdots & Z_{0,M-1} \\ Z_{0,1}^H & Z_{1,1} & \cdots & Z_{1,M-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{0,M-1}^H & Z_{1,M-1}^H & \cdots & Z_{M-1,M-1} \end{bmatrix}$$

式中: $\Xi_{ij} \in \mathbb{C}^{N \times N}$, $Z_{ij} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 。

$$\text{令 } \hat{\Xi}_{0,j} = \sum_{i=0}^{M-1-j} \Xi_{i,i+j}, \quad \hat{Z}_{0,j} = \sum_{i=0}^{M-1-j} Z_{i,i+j}, \quad j =$$

0, 1, ..., M-1。结合 ADMM 算法, 其迭代步骤可表示为

$$(u^{(i+1)}, V^{(i+1)}, Y^{(i+1)}) \leftarrow \arg \min_{u, \hat{V}, \hat{Y}} L(u, \hat{V}, \hat{Y}, Z^{(i)}, \Xi^{(i)}) \quad (6)$$

$$Z^{(i+1)} \leftarrow \arg \min_Z L(u^{(i+1)}, \hat{V}^{(i+1)}, \hat{Y}^{(i+1)}, Z, \Xi^{(i)}) \quad (7)$$

$$\Xi^{(i+1)} \leftarrow \Xi^{(i)} + \rho \left(Z^{(i+1)} - \begin{bmatrix} \mathbf{T}(u^{(i+1)}) & \hat{Y}^{(i+1)} \\ (\hat{Y}^{(i+1)})^H & \hat{V}^{(i+1)} \end{bmatrix} \right) \quad (8)$$

下面分别对式 (6)、(7)、(8) 中各变量进行求解。首先, 对于式 (6), 分别对相应变量求偏导, 令偏导数为 0, 得到其迭代值, 具体如下。

对变量 u , 有

$$\frac{\partial L(u, \hat{V}, \hat{Y}, Z, \Xi)}{\partial u} = \frac{\sqrt{MN}}{2} \mathbf{e}_1 - T^*(\Xi_0) - \rho(T^*(Z_0) - \text{diag}(\delta)u)$$

式中: $\mathbf{e}_1 \in \mathbb{R}^{N+(M-1)(2N-1)}$ 为第 1 列第 1 个位置为 1, 其余位置为 0 的列向量; $\delta = [M \times N, 2 \times (M-1) \times 2, \dots, 2 \times (M-1) \times N, \dots, 2 \times (M-1) \times 2, 2 \times (M-1) \times 1, \dots, 2 \times 1 \times 1, 2 \times 1 \times 2, \dots, 2 \times 1 \times N, \dots, 2 \times 1 \times 2, 2 \times 1 \times 1]^T$; $T^*(\cdot)$ 是 $T(\cdot)$ 的伴随映射, 因此

$$\begin{aligned} T^*(\Xi_0) = & [\text{sum}(\text{diag}(\hat{\Xi}_{0,0})), \\ & 2\text{sum}(\text{diag}(\hat{\Xi}_{0,0,1})), \dots, \\ & 2\text{sum}(\text{diag}(\hat{\Xi}_{0,0,N-1})), \\ & 2\text{sum}(\text{diag}(\hat{\Xi}_{0,1,-(N-1)})), \\ & 2\text{sum}(\text{diag}(\hat{\Xi}_{0,1,-(N-2)})), \dots, \\ & 2\text{sum}(\text{diag}(\hat{\Xi}_{0,1,(N-1)})), \dots, \\ & 2\text{sum}(\text{diag}(\hat{\Xi}_{0,(M-1),-(N-1)})), \\ & 2\text{sum}(\text{diag}(\hat{\Xi}_{0,(M-1),-(N-2)})), \dots, \\ & 2\text{sum}(\text{diag}(\hat{\Xi}_{0,(M-1),(N-1)}))]^T \end{aligned}$$

式中: $\text{sum}(\cdot)$ 表示求和运算; $\text{diag}(b)$ 表示以向

量 $\mathbf{b}$ 为对角线的对角矩阵。

$\mathbf{T}^*(\mathbf{Z}_0)$ 的构造方式类似。故 $\mathbf{u}$ 的迭代公式为

$$\mathbf{u}^{(i+1)} = \text{diag}^{-1}(\boldsymbol{\delta}) \frac{\mathbf{T}^*(\boldsymbol{\Xi}_0^{(i)}) + \rho \mathbf{T}^*(\mathbf{Z}_0^{(i)}) - \frac{\sqrt{MN}}{2} \mathbf{e}_1}{\rho}$$

对于变量 $\hat{\mathbf{V}}$, 有

$$\frac{\partial L(\mathbf{u}, \hat{\mathbf{V}}, \hat{\mathbf{Y}}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\Xi})}{\partial \hat{\mathbf{V}}} = \frac{1}{2\sqrt{MN}} \mathbf{I}_L - \boldsymbol{\Xi}_2 - \rho(\mathbf{Z}_2 - \hat{\mathbf{V}})$$

式中: $\mathbf{I}_L$ 是单位阵。则 $\hat{\mathbf{V}}$ 的迭代公式为

$$\hat{\mathbf{V}}^{(i+1)} = \frac{\boldsymbol{\Xi}_2^{(i)} + \rho \mathbf{Z}_2^{(i)} - \frac{1}{2\sqrt{MN}} \mathbf{I}_L}{\rho}$$

对于变量 $\hat{\mathbf{Y}}$, 有

$$\frac{\partial L(\mathbf{u}, \hat{\mathbf{V}}, \hat{\mathbf{Y}}, \mathbf{Z}, \boldsymbol{\Xi})}{\partial \hat{\mathbf{Y}}} = -\eta(\hat{\mathbf{Y}}_v - \hat{\mathbf{Y}}) - 2\boldsymbol{\Xi}_1^{(i)} - 2\rho(\mathbf{Z}_1^{(i)} - \mathbf{Y})$$

则 $\hat{\mathbf{Y}}$ 的迭代公式为

$$\hat{\mathbf{Y}}^{(i+1)} = \frac{\eta \hat{\mathbf{Y}}_v + 2\boldsymbol{\Xi}_1^{(i)} + 2\rho \mathbf{Z}_1^{(i)}}{\eta + 2\rho}$$

由式 (7) 可得

$$\mathbf{Z}^{(i+1)} = \arg \min_{\mathbf{Z}} \left\| \mathbf{Z} - \begin{bmatrix} \mathbf{T}(\mathbf{u}^{(i+1)}) & \hat{\mathbf{Y}}^{(i+1)} \\ (\hat{\mathbf{Y}}^{(i+1)})^H & \hat{\mathbf{V}}^{(i+1)} \end{bmatrix} + \frac{\boldsymbol{\Xi}^{(i)}}{\rho} \right\|_F^2$$

令

$$\mathbf{Z}_{\text{temp}} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}(\mathbf{u}^{(i+1)}) & \hat{\mathbf{Y}}^{(i+1)} \\ (\hat{\mathbf{Y}}^{(i+1)})^H & \hat{\mathbf{V}}^{(i+1)} \end{bmatrix} - \frac{\boldsymbol{\Xi}^{(i)}}{\rho}$$

将其投影到半正定锥上, 即对 $\mathbf{Z}_{\text{temp}}$ 进行特征值分解, 得到 $\mathbf{Z}_{\text{temp}} = \sum_q \lambda_q \mathbf{v}_q \mathbf{v}_q^H$, 然后有 $\mathbf{Z}^{(i+1)} = \sum_q \max(\lambda_q, 0) \mathbf{v}_q \mathbf{v}_q^H$ 。由式 (8) 可得

$$\boldsymbol{\Xi}^{(i+1)} = \boldsymbol{\Xi}^{(i)} + \rho \left(\mathbf{Z}^{(i+1)} - \begin{bmatrix} \mathbf{T}(\mathbf{u}^{(i+1)}) & \hat{\mathbf{Y}}^{(i+1)} \\ (\hat{\mathbf{Y}}^{(i+1)})^H & \hat{\mathbf{V}}^{(i+1)} \end{bmatrix} \right)$$

根据文献[12]可知, ADMM 算法迭代停止的准则为

$$\left\| \mathbf{Z}^{(i+1)} - \begin{bmatrix} \mathbf{T}(\mathbf{u}^{(i+1)}) & \hat{\mathbf{Y}}^{(i+1)} \\ (\hat{\mathbf{Y}}^{(i+1)})^H & \hat{\mathbf{V}}^{(i+1)} \end{bmatrix} \right\|_F < \epsilon^{\text{pri}}$$

且

$$\rho \left\| \mathbf{Z}^{(i+1)} - \mathbf{Z}^{(i)} \right\|_F < \epsilon^{\text{dual}}$$

或者达到了最大迭代次数, 即可终止 ADMM 算法的迭代过程。其中:

$$\epsilon^{\text{pri}} = (MN + P) \epsilon^{\text{abs}} +$$

$$\epsilon^{\text{rel}} \max \left\{ \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{T}(\mathbf{u}^{(i+1)}) & \hat{\mathbf{Y}}^{(i+1)} \\ (\hat{\mathbf{Y}}^{(i+1)})^H & \hat{\mathbf{V}}^{(i+1)} \end{bmatrix} \right\|_F, \left\| \mathbf{Z}^{(i+1)} \right\|_F \right\}$$

$$\epsilon^{\text{dual}} = (MN + P) \epsilon^{\text{abs}} + \epsilon^{\text{rel}} \rho \left\| \boldsymbol{\Xi}^{(i+1)} \right\|_F$$

4 仿真结果与分析

基于 MATLAB 仿真软件对所提算法进行仿真验证, 验证所提算法的有效性。采用均方根误差作为性能评价指标, 归一化时延和多普勒估计值的均方根误差 (RMSE) 由下式计算:

$$\text{RMSE} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{M_c} \sum_{j=1}^{M_c} [(\tilde{\theta}_{k,j} - \theta_k)^2 + (\tilde{\beta}_{k,j} - \beta_k)^2]}$$

式中: $\tilde{\theta}_{k,j}$ 和 $\tilde{\beta}_{k,j}$ 分别为在第 j 次蒙特卡洛实验中第 k 个目标归一化时延和多普勒的估计值; M_c 为蒙特卡洛实验次数。

假设通信感知一体化系统载频为 10 GHz, OFDM 符号数和子载波数均设置为 10, 子载波间隔取 50 μs , OFDM 单符号有效带宽取 20 kHz, 并使用正交相移键控 (QPSK) 调制。假设系统中有 $K=3$ 个远场点目标, 它们的真实速度分别为 $\mathbf{v}_{\text{real}} = [-90, 60, 72] \text{ m/s}$, 真实距离为 $\mathbf{d}_{\text{real}} = [1.5, 4.5, 4.8] \text{ km}$ 。在仿真中, M_c 设置为 300。

如图 1 所示为当信噪比为 5 dB 时, 所提 ANM 算法和 ANM-ADMM 算法的运行时间随快拍数的变化关系。

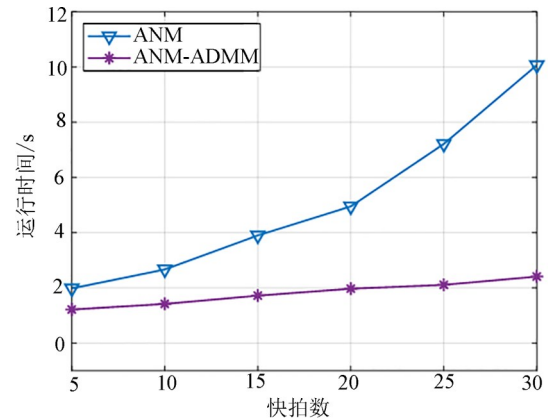


图 1 算法运行时间与快拍数的变化关系

Fig. 1 Running time versus snapshots for the proposed algorithms

可以看出: ANM 算法的运行时间随着快拍数的增加显著增长, 而 ANM-ADMM 算法的运行时间随着快拍数的增加略有增长; 随着快拍数增加, ANM-ADMM 算法在运行时间方面显著低于 ANM 算法。实验结果表明, 将 ADMM 方法应用于 ANM 算法, 能有效降低快拍数较大时的算法运

行时间,在对实时性要求较高的情况下减少了运算负担。

如图2所示为当快拍数 $L=5$ 时,ANM算法和ANM-ADMM算法与传统的ESPRIT、MUSIC和正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)等算法联合估计归一化时延多普勒的均方根误差随信噪比变化关系。

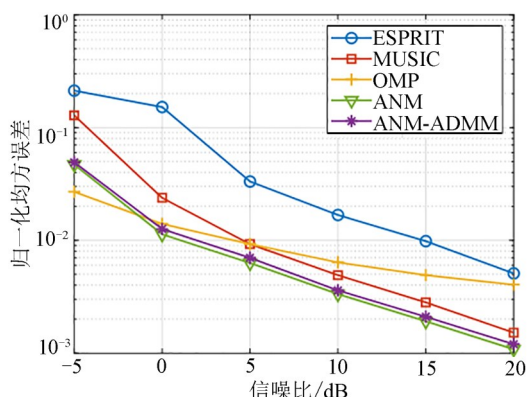


图2 归一化时延多普勒估计均方根误差随信噪比变化关系
Fig. 2 Simulation results of normalized delay and Doppler estimation RMSE versus SNR

从图2可知,相较经典的ESPRIT、MUSIC和OMP等算法,所提出的ANM算法和ANM-ADMM算法均具有更好的联合估计精度。在有限的快拍下,所提出的ANM算法具有最低的RMSE,并且可以实现最高的归一化时延多普勒估计精度。基于协方差矩阵计算的ESPRIT和MUSIC算法通常需在大快拍数下才可实现较高的估计准确度,而在少快拍数下的估计效果较差。OMP算法对网格依赖性较强,因为网格越密集,网格之间的相似性变得越强,所以,其性能比ANM和ANM-ADMM算法差。ANM-ADMM算法和ANM算法的估计精度十分接近。

图3展示了当 $\text{SNR} = 5\text{ dB}$ 时,ESPRIT、MUSIC、OMP、ANM和ANM-ADMM等5种算法在不同快拍下的RMSE。

从图3可以看到,5种算法的精度都随着快拍数的增加而提高。所提ANM和ANM-ADMM算法具有更好的估计性能,需要更少的快拍数。ESPRIT、MUSIC因为需要足够的快拍来估计协方差矩阵,因此,当快拍数被限制并且信噪比相对较低时,它们的性能下降。OMP算法的精度由于基于网格的效应而相对较低。ANM-ADMM算法牺牲了精度提升了算法的运行速度,所以,其精度略低于ANM算法。

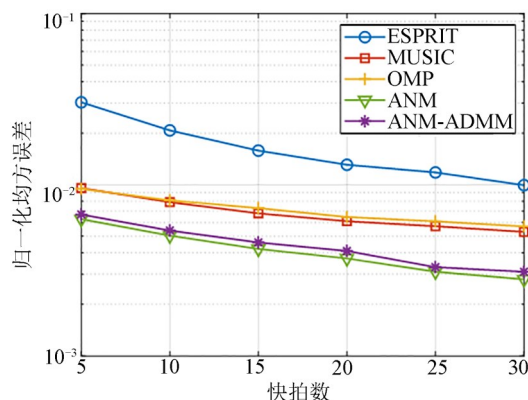


图3 归一化时延多普勒估计均方根误差随快拍数变化关系
Fig. 3 Simulation results of normalized delay and Doppler estimation RMSE versus snapshots

5 结论

本文针对少快拍情况下通信感知一体化系统中目标时延和多普勒参数联合估计问题,基于OFDM信号多符号多子载波的特性,提出了一种基于原子范数最小化的联合估计算法。进一步,针对求解算法复杂度高的问题,使用奇异值分解法提取接收信号的主要成分,进而引入ADMM方法降低算法复杂度进行快速求解。仿真结果表明,所提算法及其改进形式相对于传统算法在少快拍时,均具有更高的估计精度。此外,所提算法的改进形式可有效提升计算运行速度,提高了算法效率。

参考文献:

- [1] FENG Z Y, FANG Z X, WEI Z Q, et al. Joint radar and communication: A survey[J]. China Communications, 2020, 17(1): 1-27.
- [2] XIANG Y, GAO Y X, YANG X R, et al. An ESPRIT-based moving target sensing method for MI-MO-OFDM ISAC Systems[J]. IEEE Communications Letters, 2023, 27(12): 3205-3209.
- [3] CHEN X, FENG Z Y, WEI Z Q, et al. Multiple signal classification based joint communication and sensing system[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2023, 22(10): 6504-6517.
- [4] OZIEWICZ M. On application of MUSIC algorithm to time delay estimation in OFDM channels[J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2005, 51(2): 249-255.
- [5] 刘永军, 廖桂生, 杨志伟, 等. 一种超分辨OFDM

- 雷达通信一体化设计方法[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(2): 425-433.
- LIU Y J, LIAO G S, YANG Z W, et al. A super-resolution design method for integration of OFDM radar and communication[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2016, 38(2): 425-433.
- [6] SEN S, NEHORAI A. Sparsity-based multi-target tracking using OFDM radar[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(4): 1902-1906.
- [7] JIAN M N, GAO F F, TIAN Z, et al. Angle-domain aided UL/DL channel estimation for wideband mmWave massive MIMO systems with beam squint [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2019, 18(7): 3515-3527.
- [8] TANG G G, BHASKAR B N, SHAH P, et al. Compressed sensing off the grid[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2013, 59(11): 7465-7490.
- [9] TANG W G, JIANG H, PANG S X, et al. Grid-free DOD and DOA estimation for MIMO radar via duality-based 2D atomic norm minimization[J]. IEEE Access, 2019(7): 60827-60836.
- [10] 刘飞峰, 刘鸿杰, 缪颖杰, 等. 基于无网格压缩感知的雷达通信一体化系统目标参数估计方法研究[J]. 信号处理, 2022, 38(11): 2276-2286.
- LIU F F, LIU H J, MIAO Y J, et al. Research on target parameter estimation method of radar communication integrated system based on grid-less compression sensing[J]. Journal of Signal Processing, 2022, 38(11): 2276-2286.
- [11] TSAI Y, ZHENG L, WANG X D, et al. Millimeter-wave beamformed full-dimensional MIMO channel estimation based on atomic norm minimization [J]. IEEE Transactions on Communications, 2018, 66(12): 6150-6163.
- [12] FENG Z Y, FANG Z X, WEI Z Q, et al. Joint radar and communication: A survey[J]. China Communications, 2020, 17(1): 1-27.