

DOI: 10.20189/j.cnki.CN/61-1527/E.202505006

预设性能约束下群系统自适应优化 一致性控制方法

王 成, 刘逸力, 高 涛, 席建祥
(火箭军工程大学, 西安 710025)

摘 要: 针对切换拓扑条件下一般高阶线性群系统预设性能状态一致性问题, 提出一种可对通信拓扑结构变化自适应的优化一致性设计与分析方法。首先, 构建可调节群系统全局一致性能的优化指标, 给出通信权重可自适应变换的一致性控制协议。通过正交变换, 将群系统在一致性控制协议作用下的整体动态分解为两部分, 即描述系统宏观运动的一致动态和代表系统内部协同误差的一致补动态。然后, 结合一致性动态确定一致函数的显式表达式, 并指出一致函数不受时变通信权重和拓扑切换过程的影响, 仅由各主体的平均初始状态和系统矩阵决定。对于一致补动态部分, 利用系统协同误差和正定矩阵构建了二次型形式的 Lyapunov 函数, 通过将性能指标函数与 Lyapunov 函数导数进行关联, 建立性能指标函数上界和矩阵变量之间的关系, 进而利用性能预设值限制性能上界间接地对矩阵变量进行约束, 得到线性矩阵不等式条件, 从而提出预设性能一致性设计与分析判据, 并求解出性能代价值的显式表达式, 给出了一致性增益矩阵和性能代价值的调节方法。最后, 考虑由 6 个智能体构成的四阶线性群系统, 开展了预设性能一致性控制的仿真实验。结果表明: 所提方法能够有效解决群系统预设性能约束下的自适应优化一致性问题。

关键词: 预设性能; 群系统; 自适应控制; 一致性; 优化控制

中图分类号: TP11; TP13 **文献标志码:** A **开放科学标识码(OSID):**

文章编号: 2097-2741(2025)05-0064-11



听语音
与作者
聊科研

Adaptive Optimization-Based Consensus Control Method for Swarm Systems under Prescribed Performance Constraints

WANG Cheng, LIU Yili, GAO Tao, XI Jianxiang
(Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China)

ABSTRACT: An optimization-based consensus design and analysis method was proposed to address the prescribed performance state consensus problems of general high-order linear swarm systems under switching topologies, which could adapt to changes in communication topology structure. First, an optimization index capable of regulating the global consensus performance of

收稿日期: 2025-05-07 **修回日期:** 2025-05-30 **录用日期:** 2025-06-15

基金项目: 国家自然科学基金 (U23B2064)

第一作者: 王成 (1993—), 男, 讲师, 主要从事群系统协同控制研究。E-mail: wangc081102@163.com

引用格式: 王成, 刘逸力, 高涛, 等. 预设性能约束下群系统自适应优化一致性控制方法[J]. 火箭军工程大学学报, 2025, 39 (5): 64-74. WANG Cheng, LIU Yili, GAO Tao, et al. Adaptive optimization-based consensus control method for swarm systems under prescribed performance constraints [J]. Journal of Rocket Force University of Engineering, 2025, 39 (5): 64-74.

the swarm system was constructed, and a consensus control protocol with adaptive communication weights was designed. Through orthogonal transformation, the overall dynamics of the swarm system under the consensus control protocol were decomposed into two parts, namely the consensus dynamics describing the macro-movement of the system and the consensus-complementary dynamics representing the internal cooperative errors of the system. Subsequently, an explicit expression of the consensus function was derived by integrating the consensus dynamics. It was shown that the consensus function was unaffected by time-varying communication weights and topology switching, only depending on the average initial states of the agents and the system matrix. For the consensus component dynamics, a quadratic Lyapunov function was established based on the cooperative error and a positive definite matrix of the system. By correlating the performance index function with the derivative of the Lyapunov function, the relationship between the upper bound of the performance index function and matrix variables was determined. The prescribed performance values were then employed to constrain the upper bound, thereby imposing indirect restrictions on the matrix variables and yielding linear matrix inequality conditions. Based on this framework, prescribed-performance consensus design and analysis criteria were formulated, and an explicit expression for the energy substitution value was obtained. A regulation method for both the consensus gain matrix and performance substitution value was proposed. Finally, simulation experiments on prescribed performance consensus control were conducted based on a fourth-order linear swarm system consisting of six intelligent agents. The results indicate that the proposed method can effectively address adaptive optimization consensus problems under the constraints of prescribed performance consensus of swarm systems.

KEYWORDS: prescribed performance; swarm system; adaptive control; consensus; optimization-based control

群系统一致性理论作为分布式协同控制的核心范式, 在智能物联系统与集群机器人领域引发了广泛关注。从分布式传感器网络中多源信息的时空配准与融合, 到工业生产线上多机械臂的协同抓取与装配, 再到无人车动态编队与无人机集群自组网等复杂场景, 一致性问题的有效解决是实现群体智能涌现的基础保障^[1-4]。其本质在于通过分布式通信拓扑下局部交互规则的设计, 使群内成员动态演化出可预测的全局有序行为, 涵盖状态收敛、输出同步、相位协调等多维协同形态。

协同性能是评价群系统一致性控制品质的重要参考指标, 确定影响协同性能的关键因素对于调节系统控制参数、优化控制效能具有重要意义。现有的性能指标约束方法主要包括2类, 一是对群系统的协同控制误差预先设置性能包络边界衰减函数, 通过该边界衰减函数约束群系统在控制协议作用下的瞬态和稳态性能^[5-12]; 二是构建具有积分二次型的协同误差累积指标函数, 通过设计优化策略, 对群系统全时全局协同性能进行约束^[13-19]。

对于第一类性能优化方法, Huang等^[6-7]针对二阶线性群系统提出一种分布式预设性能一致性跟踪控制器, 给出的仿真结果表明, 与没有使用预设性能优化控制策略的情况相比, 控制系统拥有更好的瞬态性能和稳态性能; Jia等^[8-9]研究了具有未知模型参数和外部干扰的无人机和无人艇集群编队控制问题, 在反步法设计框架下提出有限时间预设性能编队控制器, 并设计了一种自适应模糊状态观测器对系统的不确定项进行估计补偿; Hua等^[12]针对具有时变载荷和阵风干扰的四旋翼无人机集群, 提出一种鲁棒自适应预设性能优化编队控制策略, 证明了群系统在所提控制策略的作用下能够实现终端一致有界稳定, 从仿真案例中可以看出, 在预设性能优化指标的约束下, 四旋翼无人机集群的编队跟踪性能和鲁棒性能可以得到大幅增强。然而, 现有关于边界衰减函数约束下的预设性能控制方法大多集中于一阶或者二阶群系统的优化协同控制问题, 对于高阶线性群系统预设性能优化协同控制问题的研究尚不充分。

对于第二类性能优化方法, Meng等^[13]研究了

高阶非线性多输入输出动力学系统的保性能同步跟踪控制问题, 引入一种基于径向基函数神经网络的保性能分布式同步方案, 解决了由未知时变控制增益矩阵、执行器故障以及智能体间耦合项对系统控制性能的影响; Xie 等^[14]研究了二阶线性群系统的保性能编队控制问题, 并提出了一种基于一致性方法的自适应编队控制策略。针对高阶线性群系统, Chen 等^[15-17]分别研究了正常群系统和广义群系统的保性能一致性问题, 指出如果群系统的通信拓扑是无向连通的, 那么性能优化指标的上界取决于所有主体初始状态的平均值, 而与通信拓扑的边权值无关; Zhao 等^[18-20]则分别考虑了事件触发、非线性动态以及时变延迟情形下的保性能一致性分析与设计问题, 其中, 保性能一致性判据依赖于通信拓扑的 Laplacian 矩阵或其非零特征值, 对于拓扑结构变化, 不能自适应地改变控制协议以维持系统稳定; Zhao 等^[21-22]针对线性和 Lipschitz 非线性群系统的一致性控制问题, 通过引入放缩因子消除 Laplacian 矩阵非零特征值的影响, 但放缩自适应策略不适用于具有整体协同性能约束的群系统一致性控制。此外, 文献 [15]、[18]、[21-25] 给出的保性能优化协同控制方法仅能确定保性能优化指标函数存在上界, 但该性能上界对于控制协议的设计过程没有影响, 无法对控制增益矩阵的设计形成约束。综上所述, 目前仍有以下性能指标约束下的优化协同问题需要深入探索。1) 如何实现一般高阶群系统的预设性能一致性控制; 2) 如何确定切换通信拓扑和自适应时变通信权重对性能指标函数的影响; 3) 如何调节一致性控制增益, 确保所有主体之间的一致性性能; 4) 结合预设性能优化协同控制思想, 如何给定性能预算值, 对协同控制增益矩阵的选取形成约束。

针对上述问题, 本文通过构造可反映所有主体间一致性调节性能的指标函数, 提出通信权重时变的一致性控制协议, 给出平移自适应一致性控制策略, 得到群系统预设性能状态一致性分析与设计判据, 最终解决群系统预设性能约束下的自适应优化一致性问题。

1 群系统预设性能优化一致性问题描述

1.1 群系统切换通信拓扑描述

群系统通信拓扑通常利用图论来表示各成员

间的通信交互关系。当通信拓扑发生切换时, 令 $\kappa(t):[0,+\infty)\rightarrow\varphi$ 表示群系统在任一时刻的通信拓扑切换信号, 其中, φ 为切换拓扑集。此时, 群系统在某时刻 t 的通信拓扑可建模为图 $G_{\kappa(t)}=(V(G_{\kappa(t)}), E(G_{\kappa(t)}))$, 其中, $V(G_{\kappa(t)})=\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N\}$ 为顶点集, 顶点 $\varepsilon_m(m=1, 2, \dots, N)$ 代表群系统中的主体; $E(G_{\kappa(t)})=\{(\varepsilon_m, \varepsilon_j) \mid \varepsilon_m, \varepsilon_j \in V(G_{\kappa(t)})\}$ 为边集, 边 $(\varepsilon_m, \varepsilon_j)$ 表示从主体 m 到主体 j 的信息传递关系, 任一主体 $m(m=1, 2, \dots, N)$ 的邻居集可标记为 $N_{m, \kappa(t)}$ 。

图 $G_{\kappa(t)}$ 中各个节点间的通信连接关系可用 0-1 类型的 Laplacian 矩阵 $L_{\kappa(t)0}=[l_{\kappa(t),mj}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 表示。当 $m \neq j$ 时, 若主体 j 不向主体 m 传输信息, 则 $l_{\kappa(t),mj}=0$, 否则 $l_{\kappa(t),mj}=-1$; 当 $m=j$ 时, 有 $l_{\kappa(t),mm}=-\sum_{k=1, k \neq m}^N l_{\kappa(t),mk}$ 。此外, 用 $L_{\kappa(t)w}=[\tilde{l}_{\kappa(t),mj}(t)] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 表示图 $G_{\kappa(t)}$ 通信权重发生自适应变化的 Laplacian 矩阵, 其中 $\tilde{l}_{\kappa(t),mm}(t)=-\sum_{j=1, j \neq m}^N l_{\kappa(t),mj} w_{\kappa(t),mj}(t)$ 且 $\tilde{l}_{\kappa(t),mj}(t)=l_{\kappa(t),mj} w_{\kappa(t),mj}(t) (m \neq j)$ 。 $w_{\kappa(t),mj}(t)$ 是自适应权重变量, 将在后续一致性控制协议中进行设计。基于以上定义可知 $\tilde{l}_{\kappa(t),mm}(t)=\sum_{j \in N_{m, \kappa(t)}} w_{\kappa(t),mj}(t)$ 且 $L_{\kappa(t)0} \mathbf{1}=L_{\kappa(t)w} \mathbf{1}=\mathbf{0}$ 。

如果对于 $\forall m \in \{1, 2, \dots, N\}, j \in N_{m, \kappa(t)}$, 均有 $l_{\kappa(t),mj}=l_{\kappa(t),jm}=-1$, 则称通信拓扑图 $G_{\kappa(t)}$ 是无向的。在无向图 $G_{\kappa(t)}$ 中, 如果任意 2 个节点间至少存在一条由边序列构成的路径, 则称 $G_{\kappa(t)}$ 是无向连通的。假设切换拓扑集中所有可能的拓扑均为无向连通的, 且任意相邻的 2 个切换时刻满足 $t_r-t_{r-1} \geq T_d (r=1, 2, \dots, N)$, 其中, $T_d > 0$ 表示最小驻留时间, T_d 应足够大, 以保证渐近稳定性, 根据文献 [26] 可知, 其下限可以根据与切换拓扑关联的各子系统过渡矩阵上的指数衰减边界计算得出。

1.2 群系统切换通信拓扑描述

考虑包含 N 个主体的线性时不变群系统, 每个主体动态建模为

$$\dot{\mathbf{x}}_m(t)=\mathbf{A}\mathbf{x}_m(t)+\mathbf{B}\mathbf{u}_m(t), m=1, 2, \dots, N \quad (1)$$

式中: $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times k}$ 分别为系统矩阵和输入矩阵; $\mathbf{x}_m(t) \in \mathbb{R}^n$ 和 $\mathbf{u}_m(t) \in \mathbb{R}^k$ 分别为主体 $\mathbf{u}_m(t) \in \mathbb{R}^k$ 的状态变量和控制输入。提出如下预设性能自适应优化一致性控制协议。

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{u}}_m(t) &= \mathbf{K}_u \sum_{j \in N_{m,\kappa(t)}} l_{\kappa(t),mj} w_{\kappa(t),mj}(t) [\mathbf{x}_m(t) - \mathbf{x}_j(t)] \\
\dot{\mathbf{w}}_{\kappa(t),mj}(t) &= -l_{\kappa(t),mj} [\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_m(t)]^T \mathbf{K}_w [\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_m(t)] \\
J_p &= \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \sum_{j=1}^N \int_0^{+\infty} [\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_m(t)]^T \mathbf{Q} [\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_m(t)] dt
\end{aligned} \quad (2)$$

式中: $m = 1, 2, \dots, N$; $\mathbf{K}_u \in \mathbb{R}^{k \times n}$ 和 $\mathbf{K}_w \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为增益矩阵; J_p 为性能指标函数, 用于描述群系统在实现一致性过程中的累积协同误差; $\mathbf{Q}^T = \mathbf{Q} > \mathbf{0}$ 为性能权重矩阵, 用于调节主体间各个状态一致性的权重和耦合关系; $w_{\kappa(t),mj}(t)$ 为时变通信权重, 其初始值 $w_{\kappa(0),mj}(0) = 1$ ($m \neq j$ 且 $m, j = 1, 2, \dots, N$)。此外, 若边 $(\varepsilon_m, \varepsilon_j)$ 为切换时刻 t_r 新加入的边, 则 $w_{\kappa(t_r),mj}(t_r) = 1$ 。

令 J_p^* 表示给定的性能预设值, 则群系统 (1) 在一致性控制协议 (2) 作用下的性能指标函数应满足 $J_p \leq J_p^*$ 。给出群系统预设性能自适应可一致定义如下。

定义 1 对于任意有界初始状态 $\mathbf{x}_m(0)$ ($m = 1, 2, \dots, N$), 如果存在矩阵 $\mathbf{K}_u$ 和 $\mathbf{K}_w$ 使得 $\lim_{t \rightarrow +\infty} (\mathbf{x}_m(t) - \mathbf{c}_o(t)) = \mathbf{0}$ ($m = 1, 2, \dots, N$) 和 $J_p \leq J_p^*$ 成立, 则称群系统 (1) 在协议 (2) 的作用下是预设性能自适应可一致的。其中, $\mathbf{c}_o(t)$ 称为状态一致函数。

本文主要研究群系统 (1) 基于协议 (2) 在切换拓扑条件下如何实现预设性能自适应一致, 给出增益矩阵 $\mathbf{K}_u$ 和 $\mathbf{K}_w$ 的设计方法, 讨论通信权重时变条件下的切换拓扑对于预设性能一致性的影响, 确定一致函数的显式表达式, 并探索增益矩阵和预设性能指标之间的关系。

注释 1 一致性协议 (2) 可以自适应调节通信权重, 实现预设性能一致性控制, 即通信拓扑结构的变化不影响控制系统的稳定性。此外, 协议 (2) 具有 2 个关键特征。一是现有切换拓扑条件下的一致性研究工作中, 主体的邻居集是时变的, 通信权重通常是时不变, 而本文中不仅主体的邻居集时变, 所设计的通信权重 $w_{\kappa(t),mj}(t)$ ($m \neq j$ 且 $m, j = 1, 2, \dots, N$) 也是时变的。文献 [14] 考虑了固定拓扑条件下的自适应一致性控制研究, 提出了通信权重可自适应变化的控制协议, 但相关协议增益矩阵的设计方法在切换拓扑的通信约束下不一定有效, 特别是确定切换拓扑对自适应一

致性控制的影响以及确性能指标函数上界更为困难。二是协议 (2) 可以通过性能指标函数 J_p 确保任意 2 个主体之间的一致性调节性能, 即使该 2 个主体之间不存在邻居关系。而在文献 [13]、[16]、[27] 中, 仅仅具有邻居关系的主体间的一致性能能够得到保证。可以看出, 通过选择合适的性能权重矩阵 $\mathbf{Q}$, 能够实现对性能代价值的调节。特别是矩阵 $\mathbf{Q}$ 可以用来确保相邻主体之间状态误差的调节性能。对于实际的群系统, $\mathbf{Q}$ 通常被选为对称阵, 此时, $\mathbf{Q}$ 中较大的对角元素可以保证对应状态的误差平方和较小, 而非对角元素可表征不同状态协同之间的耦合关系。

2 群系统预设性能优化一致性分析与设计判据

2.1 状态空间分解与状态一致函数

为解耦群系统状态一致性误差和一致性状态, 首先, 通过非奇异变换, 分析群系统 (1) 的一致动态和不一致动态; 然后, 基于 Riccati 不等式, 提出预设性能自适应可一致性判据, 同时确定性能预设值 J_p^* 的可行性; 最后, 给出调节一致性控制增益和性能函数收敛值的方法。

令 $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_1^T(t), \mathbf{x}_2^T(t), \dots, \mathbf{x}_N^T(t)]^T$, 则群系统 (1) 在协议 (2) 作用下的动态可写为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A} - \mathbf{L}_{\kappa(t),w} \otimes \mathbf{BK}_u) \mathbf{x}(t) \quad (3)$$

同时, 记 $0 = \lambda_{\kappa(t),1} < \lambda_{\kappa(t),2} \leq \dots \leq \lambda_{\kappa(t),N}$ 表示 Laplacian 矩阵 $\mathbf{L}_{\kappa(t),0}$ 的 N 个特征值, 则存在一个正交矩阵 $\mathbf{U}_{\kappa(t)} = [\mathbf{1}/\sqrt{N}, \tilde{\mathbf{U}}_{\kappa(t)}]$ 满足

$$\mathbf{U}_{\kappa(t)}^T \mathbf{L}_{\kappa(t),0} \mathbf{U}_{\kappa(t)} = \text{diag} \{ \lambda_{\kappa(t),1}, \lambda_{\kappa(t),2}, \dots, \lambda_{\kappa(t),N} \} \quad (4)$$

式中: $\tilde{\mathbf{U}}_{\kappa(t)} \in \mathbb{R}^{N \times (N-1)}$ 。由于切换集中的所有通信拓扑均为无向的, 所以有 $\mathbf{L}_{\kappa(t),w} \mathbf{1} = \mathbf{0}$ 且 $\mathbf{1}^T \mathbf{L}_{\kappa(t),w} = \mathbf{0}^T$, 从而可以得到

$$\mathbf{U}_{\kappa(t)}^T \mathbf{L}_{\kappa(t),w} \mathbf{U}_{\kappa(t)} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{U}}_{\kappa(t)}^T \mathbf{L}_{\kappa(t),w} \tilde{\mathbf{U}}_{\kappa(t)} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\text{令 } \tilde{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{U}_{\kappa(t)}^T \otimes \mathbf{I}_n) \mathbf{x}(t) = [\tilde{\mathbf{x}}_1^T(t), \tilde{\boldsymbol{\zeta}}^T(t)]^T.$$

由于 $T_d > 0$, 矩阵 $\mathbf{U}_{\kappa(t)}$ 分段连续, 且 $\mathbf{U}_{\kappa(t)}$ 在单独的切换时段内是常数矩阵, 所以群系统 (3) 可以在 $(\mathbf{U}_{\kappa(t)}^T \otimes \mathbf{I}_n)$ 的作用下转换为

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_1(t) = \mathbf{A} \tilde{\mathbf{x}}_1(t) \quad (6)$$

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\zeta}}}(t) = (\mathbf{I}_{N-1} \otimes \mathbf{A} - \tilde{\mathbf{U}}_{\kappa(t)}^T \mathbf{L}_{\kappa(t),w} \tilde{\mathbf{U}}_{\kappa(t)} \otimes \mathbf{BK}_u) \tilde{\boldsymbol{\zeta}}(t) \quad (7)$$

式中: $\tilde{\boldsymbol{\zeta}}(t) = [\tilde{\mathbf{x}}_2^T(t), \tilde{\mathbf{x}}_3^T(t), \dots, \tilde{\mathbf{x}}_N^T(t)]^T$ 。

定义

$$\mathbf{x}_{\bar{c}}(t) \triangleq \sum_{m=2}^N U_{\kappa(t)} \mathbf{e}_m \otimes \tilde{\mathbf{x}}_m(t) \quad (8)$$

$$\mathbf{x}_c(t) \triangleq U_{\kappa(t)} \mathbf{e}_1 \otimes \tilde{\mathbf{x}}_1(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{1} \otimes \tilde{\mathbf{x}}_1(t) \quad (9)$$

式中: $\mathbf{e}_m$ 表示一个 N 维列向量, $m \in \{1, 2, \dots, N\}$, 且其第 m 个元素为 1, 剩余 $N-1$ 个元素均为 0。由于

$$\sum_{m=2}^N \mathbf{e}_m \otimes \tilde{\mathbf{x}}_m(t) = [\mathbf{0}^T, \boldsymbol{\zeta}^T(t)]^T \quad (10)$$

由式 (8) 可得

$$\mathbf{x}_{\bar{c}}(t) = (U_{\kappa(t)} \otimes I_n) [\mathbf{0}^T, \boldsymbol{\zeta}^T(t)]^T \quad (11)$$

同时, 由式 (9) 可得

$$\mathbf{x}_c(t) = (U_{\kappa(t)} \otimes I_n) [\tilde{\mathbf{x}}_1^T(t), \mathbf{0}^T]^T \quad (12)$$

由于 $U_{\kappa(t)} \otimes I_n$ 是非奇异矩阵, 结合式 (11) 与 (12), 可以看出 $\mathbf{x}_{\bar{c}}(t)$ 和 $\mathbf{x}_c(t)$ 线性无关。又因为

$$(U_{\kappa(t)}^T \otimes I_n) \mathbf{x}(t) = [\tilde{\mathbf{x}}_1^T(t), \boldsymbol{\zeta}^T(t)]^T \quad (13)$$

可得 $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_{\bar{c}}(t) + \mathbf{x}_c(t)$ 。

根据式 (9) 中给出的 $\mathbf{x}_c(t)$ 的结构, 可以看出, 当且仅当 $\lim_{t \rightarrow +\infty} \boldsymbol{\zeta}(t) = \mathbf{0}$ 时, 群系统 (1) 实现一致, 表明子系统 (4)、(5) 分别描述了群系统 (1) 的一致动态和不一致动态。

通过式 (6)、(9) 可得到一致函数的显式表达式, 如定理 1 所示。

定理 1 如果群系统 (1) 实现了状态一致, 则一致函数 $\mathbf{c}_o(t)$ 满足

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \left(\mathbf{c}_o(t) - \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \mathbf{e}^{A t} \mathbf{x}_m(0) \right) = \mathbf{0} \quad (14)$$

证明: 由式 (6) 可得

$$\tilde{\mathbf{x}}_1(t) = \mathbf{e}^{A t} \tilde{\mathbf{x}}_1(0) \quad (15)$$

因为 $\tilde{\mathbf{x}}_1(0) = (\mathbf{1}^T / \sqrt{N}) \mathbf{x}(0)$, 所以由式 (9) 和 (15) 可得

$$\mathbf{x}_c(t) = \mathbf{1} \otimes \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \mathbf{e}^{A t} \mathbf{x}_m(0) \quad (16)$$

从而式 (14) 成立, 证毕。

由式 (16) 可知, 一致函数主要包括 2 个部分。一是由群系统动态特性决定的系统矩阵项; 二是由所有初始状态决定的项。可以看出, 虽然系统矩阵项无法改变, 但初始状态在现实中可以根据需要配置, 所以一致函数可以通过设置适合的初始状态来进行改变, 以满足现实物理系统的同步需求。

2.2 一致性设计与分析判据

结合状态空间分解结果, 可知群系统实现一致性的关键是子系统 (7) 能够在原点处稳定。通

过对子系统 (7) 的稳定性证明, 可得出群系统预设性能自适应可一致的充分条件。

定理 2 对于任意给定的平移因子 $\gamma > 0$, 群系统 (1) 在控制协议 (2) 的作用下是预设性能自适应可一致的, 如果存在一个矩阵 $\mathbf{R}^T = \mathbf{R} > \mathbf{0}$ 满足

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}\mathbf{R} + \mathbf{R}\mathbf{A}^T - \gamma\mathbf{B}\mathbf{B}^T & \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{R} & -2\mathbf{Q}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_n - \alpha_{x(0)}^{-1} \cdot (\mathbf{J}_p^* - \alpha_{\kappa(0)}) \mathbf{R} \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (17)$$

式中: $\alpha_{x(0)} = \mathbf{x}^T(0) \left[\left(\mathbf{I}_N - \frac{1}{N} \mathbf{1}\mathbf{1}^T \right) \otimes \mathbf{I}_n \right] \mathbf{x}(0)$,

$\alpha_{\kappa(0)} = \frac{1}{8} \gamma^2 \lambda_{\kappa(0),2}^{-2} \sum_{m=2}^N \lambda_{\kappa(0),m}$ 。此时, 控制协议 (2)

中的增益矩阵设计为 $\mathbf{K}_u = \mathbf{B}^T \mathbf{R}^{-1}$, $\mathbf{K}_w = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{B}^T \mathbf{R}^{-1}$ 。

证明: 首先, 针对不一致动态 (7) 构建一个候选 Lyapunov 函数为

$$V(t) = \boldsymbol{\zeta}^T(t) (\mathbf{I}_{N-1} \otimes \mathbf{P}) \boldsymbol{\zeta}(t) + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \sum_{j \in N_{m,\kappa(t)}} [w_{\kappa(t),mj}(t) - \bar{\gamma}_{\kappa(t)}]^2 \quad (18)$$

式中: $\bar{\gamma}_{\kappa(t)} = 0.5\gamma\lambda_{\kappa(t),2}^{-1} + 1$, $\mathbf{P}^T = \mathbf{P} > \mathbf{0}$ 。此时, 显然有 $V(t) \geq 0$ 。又因为 $\bar{\gamma}_{\kappa(t)}$ 是分段连续的, 且在任意相邻的 2 个切换时刻内是常数, 所以对 $V(t)$ 关于时间求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \boldsymbol{\zeta}^T(t) [\mathbf{I}_{N-1} \otimes (\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P}) - \\ &\quad \tilde{\mathbf{U}}_{\kappa(t)}^T \mathbf{L}_{\kappa(t),w} \tilde{\mathbf{U}}_{\kappa(t)} \otimes (\mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{K}_u + \mathbf{K}_w^T \mathbf{B}^T \mathbf{P})] \boldsymbol{\zeta}(t) + \\ &\quad \sum_{m=1}^N \sum_{j \in N_{m,\kappa(t)}} [w_{\kappa(t),mj}(t) - \bar{\gamma}_{\kappa(t)}] \dot{w}_{\kappa(t),mj}(t) \end{aligned} \quad (19)$$

考虑到

$$\sum_{m=1}^N \sum_{j \in N_{m,\kappa(t)}} l_{\kappa(t),mj} [\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_m(t)]^T \mathbf{K}_w [\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_m(t)] = 2\mathbf{x}^T(t) (\mathbf{L}_{\kappa(t),0} \otimes \mathbf{K}_w) \mathbf{x}(t) \quad (20)$$

结合协议 (2), 可以得到

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^N \sum_{j \in N_{m,\kappa(t)}} [w_{\kappa(t),mj}(t) - \bar{\gamma}_{\kappa(t)}] \dot{w}_{\kappa(t),mj}(t) &= \\ \sum_{m=1}^N \sum_{j \in N_{m,\kappa(t)}} [\bar{\gamma}_{\kappa(t)} - w_{\kappa(t),mj}(t)] l_{\kappa(t),mj} [\mathbf{x}_j(t) - \\ \mathbf{x}_m(t)]^T \mathbf{K}_w [\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_m(t)] &= \\ 2\mathbf{x}^T(t) [(\mathbf{L}_{\kappa(t),w} - \bar{\gamma}_{\kappa(t)} \mathbf{L}_{\kappa(t),0}) \otimes \mathbf{K}_w] \mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (21)$$

又因为 $\boldsymbol{\zeta}(t) = (\tilde{\mathbf{U}}_{\kappa(t)}^T \otimes \mathbf{I}_n) \mathbf{x}(t)$, 所以

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^T(t) [(\mathbf{L}_{\kappa(t),w} - \bar{\gamma}_{\kappa(t)} \mathbf{L}_{\kappa(t),0}) \otimes \mathbf{K}_w] \mathbf{x}(t) &= \boldsymbol{\zeta}^T(t) \cdot \\ [(\tilde{\mathbf{U}}_{\kappa(t)}^T \mathbf{L}_{\kappa(t),w} \tilde{\mathbf{U}}_{\kappa(t)} - \bar{\gamma}_{\kappa(t)} \mathbf{A}_{\kappa(t),0}) \otimes \mathbf{K}_w] \boldsymbol{\zeta}(t) \end{aligned} \quad (22)$$

式中: $\Lambda_{\kappa(t)0} = \tilde{U}_{\kappa(t)}^T L_{\kappa(t)0} \tilde{U}_{\kappa(t)} = \text{diag} \{ \lambda_{\kappa(t)2}, \lambda_{\kappa(t)3}, \dots, \lambda_{\kappa(t)N} \}$

令 $P = R^{-1}$, $K_u = B^T R^{-1}$ 以及 $K_w = R^{-1} B B^T R^{-1}$, 将式 (20) ~ (22) 代入到式 (19) 中, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \zeta^T(t) [I_{N-1} \otimes (R^{-1} A + A^T R^{-1}) - \\ & 2\bar{\gamma}_{\kappa(t)} \Lambda_{\kappa(t)0} \otimes (R^{-1} B B^T R^{-1})] \zeta(t) - \\ & \sum_{m=2}^N \tilde{x}_m^T(t) [R^{-1} A + A^T R^{-1} - (\gamma \lambda_{\kappa(t)2}^{-1} + 2) \cdot \\ & \lambda_{\kappa(t)m} R^{-1} B B^T R^{-1}] \tilde{x}_m(t) \leq \\ & \sum_{m=2}^N \tilde{x}_m^T(t) [R^{-1} A + A^T R^{-1} - (\gamma + 2\lambda_{\kappa(t)m}) \cdot \\ & R^{-1} B B^T R^{-1}] \tilde{x}_m(t) \end{aligned} \quad (23)$$

根据条件 (17) 并结合 Schur 补引理^[28]可知

$$AR + RA^T - \gamma BB^T + 2RQR < 0$$

两边左右依次同乘 R^{-1}

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow & R^{-1} A + A^T R^{-1} - \gamma R^{-1} B B^T R^{-1} + 2Q < 0 \\ \Leftrightarrow & R^{-1} A + A^T R^{-1} - \gamma R^{-1} B B^T R^{-1} < -2Q \end{aligned} \quad (24)$$

代入式 (23) 可得

$$\dot{V}(t) \leq -2 \sum_{m=2}^N \tilde{x}_m^T(t) (2\lambda_{\kappa(t)m} I_n + Q) \tilde{x}_m(t) \leq 0 \quad (25)$$

可以看出, 当且仅当 $\lim_{t \rightarrow +\infty} \zeta(t) = 0$ 时, 有 $\dot{V}(t) \equiv 0$, 即群系统 (1) 能够实现一致。

接下来讨论当群系统实现一致时, 性能函数 J_p 的值是否在性能预设值 J_p^* 的限定范围内。令 L_N 表示完全图的 Laplacian 矩阵, 则性能指标函数的被积分项可以写为

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \sum_{j=1}^N [x_j(t) - x_m(t)]^T Q [x_j(t) - x_m(t)] = \\ x^T(t) (2L_N \otimes Q) x(t) \end{aligned} \quad (26)$$

因为 $U_{\kappa(t)}^T L_N U_{\kappa(t)} = \text{diag} \{0, I_{N-1}\}$, 所以有

$$x^T(t) (L_N \otimes Q) x(t) = \sum_{m=2}^N \tilde{x}_m^T(t) Q \tilde{x}_m(t) \quad (27)$$

任取一个实数 $h \geq 0$, 定义

$$\begin{aligned} J_p^h \triangleq & \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \sum_{j=1}^N \int_0^h [x_j(t) - x_m(t)]^T Q [x_j(t) - \\ & x_m(t)] dt \end{aligned} \quad (28)$$

由式 (26)、(27) 可得

$$J_p^h = \sum_{m=2}^N \int_0^h 2\tilde{x}_m^T(t) Q \tilde{x}_m(t) dt \quad (29)$$

由式 (24) 可知 $R^{-1} A + A^T R^{-1} - \gamma R^{-1} B B^T R^{-1} + 2Q \leq 0$ 。

所以有

$$J_p^h = \sum_{m=2}^N \int_0^h 2\tilde{x}_m^T(t) Q \tilde{x}_m(t) dt + \int_0^h \dot{V}(t) dt -$$

$$V(h) + V(0) \leq V(0) - V(h) \quad (30)$$

其中

$$\begin{aligned} V(0) - V(h) = & \zeta^T(0) (I_{N-1} \otimes R^{-1}) \zeta(0) - \\ & \zeta^T(h) (I_{N-1} \otimes R^{-1}) \zeta(h) + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \sum_{j \in N_{m,\kappa(0)}}^N \\ & (w_{\kappa(0)mj}(0) - \bar{\gamma}_{\kappa(0)})^2 - \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \sum_{j \in N_{m,\kappa(h)}}^N \\ & (w_{\kappa(h)mj}(h) - \bar{\gamma}_{\kappa(h)})^2 \leq \zeta^T(0) (I_{N-1} \otimes R^{-1}) \\ & \zeta(0) - \zeta^T(h) (I_{N-1} \otimes R^{-1}) \zeta(h) + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \sum_{j \in N_{m,\kappa(0)}}^N \\ & (w_{\kappa(0)mj}(0) - \bar{\gamma}_{\kappa(0)})^2 \end{aligned} \quad (31)$$

因为 $w_{\kappa(0)mj}(0) = 1$, 且矩阵的特征值之和等于其对角元素之和, 可得

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \sum_{j \in N_{m,\kappa(0)}}^N [w_{\kappa(0)mj}(0) - \bar{\gamma}_{\kappa(0)}]^2 = \\ \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N \sum_{j \in N_{m,\kappa(0)}}^N (-0.5\gamma \lambda_{\kappa(0)2}^{-1})^2 (-0.5\gamma \lambda_{\kappa(0)2}^{-1})^2 = \\ \frac{1}{8} \gamma^2 \lambda_{\kappa(0)2}^{-2} \sum_{m=2}^N \lambda_{\kappa(0)m} = \alpha_{\kappa(0)} \end{aligned} \quad (32)$$

考虑到 $\zeta(t) = [0, I_{(N-1)d}] (U_{\kappa(t)}^T \otimes I_n) x(t)$, 且 $\tilde{U}_{\kappa(t)} \tilde{U}_{\kappa(t)}^T = I_N - N^{-1} \mathbf{1} \mathbf{1}^T$, 可以发现

$$\begin{aligned} \zeta^T(0) (I_{N-1} \otimes R^{-1}) \zeta(0) = \\ x^T(0) \left[\left(I_N - \frac{1}{N} \mathbf{1} \mathbf{1}^T \right) \otimes R^{-1} \right] x(0) = \alpha_{x(0)} \end{aligned} \quad (33)$$

令 $h \rightarrow +\infty$, 结合式 (30) ~ (33) 可得

$$\begin{aligned} J_p \leq & x^T(0) \left[\left(I_N - \frac{1}{N} \mathbf{1} \mathbf{1}^T \right) \otimes R^{-1} \right] x(0) + \\ & \frac{1}{8} \gamma^2 \lambda_{\kappa(0)2}^{-2} \sum_{m=2}^N \lambda_{\kappa(0)m} \end{aligned} \quad (34)$$

由条件 (17) 可得 $I_n - \alpha_{x(0)}^{-1} (J_p^* - \alpha_{\kappa(0)}) R < 0$, 即 $\alpha_{x(0)} R^{-1} + \alpha_{\kappa(0)} I_n < J_p^* I_n$ 。结合式 (32) ~ (34) 可知

$$J_p \leq \alpha_{x(0)} + \alpha_{\kappa(0)} \leq J_p^* \quad (35)$$

由此可以得出定理 2 的结论, 证毕。

注释 2 定理 2 的线性矩阵不等式条件可以通过 MATLAB 工具箱中的 FEASP 求解器进行求解。此外, 从式 (23) 中可以看出, γ 代表了矩阵 $L_{\kappa(t)m}$ 特征值的向右平移量。由于 γ 可以预先给定, 直观上看, 一个较大的 γ 可以降低一致性控制增益, 但会增大性能函数收敛值。

结合定理 2 的结论, 可以给出增益矩阵 K_u 和 K_w 已知时的预设性能自适应一致性分析判据如下。

推论 1 对于任意给定的平移因子 $\gamma > 0$ 、性能预设值 J_p^* 以及增益矩阵 K_u 和半正定增益矩阵 K_w ，如果 $0 \leq K_w \leq K_u^T K_u$ ，且存在一个正定矩阵 R 满足以下线性矩阵不等式：

$$\begin{bmatrix} AR + RA^T - \gamma BK_u R & R & 0 \\ R & -2Q^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & I_n - \alpha_{x(0)}^{-1} \cdot \\ & & (J_p^* - \alpha_{\kappa(0)} R) \end{bmatrix} < 0 \quad (36)$$

那么群系统 (1) 在控制协议 (2) 的作用下，可实现预设性能自适应一致性控制。

一致性控制增益和性能函数指标值还可以通过引入一个满足不等式 $R \leq \varepsilon I$ 的增益因子 ε 进行调节。可以看出，如果 BB^T 的最大特征值不大于 1，即 $\lambda_{\max}(BB^T) \leq 1$ ，则有 $RBB^T R \leq \varepsilon^2 BB^T$ 。此时， ε 也可以看作是 R 的最大非零特征值。下面的推论基于线性矩阵不等式方法和 Schur 补引理^[28]提出了一个具有给定增益因子的预设自适应一致性设计判据。

推论 2 对于任意给定的增益因子 $\varepsilon > 0$ ，如果 $\lambda_{\max}(BB^T) \leq 1$ 且存在实数 $\gamma > 0$ 和矩阵 $\tilde{R}^T = \tilde{R} \geq \varepsilon^{-1} I$ 满足

$$\begin{bmatrix} A\tilde{R} + \tilde{R}A^T - \gamma BB^T & 2\tilde{R}Q & 0 \\ * & -2Q^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & I_n - \alpha_{\varepsilon(0)}^{-1} \cdot \\ & & (J_p^* - \alpha_{\kappa(0)} R) \end{bmatrix} < 0 \quad (37)$$

那么群系统 (1) 在协议 (2) 的作用下是预设性能自适应可一致的。此时， $K_u = B^T \tilde{R}^{-1}$ ， $K_w = \tilde{R}^{-1} BB^T \tilde{R}^{-1}$ ，其中

$$\alpha_{\varepsilon(0)} = \sum_{m=2}^N \left(\varepsilon \|\tilde{x}_m(0)\|^2 + \frac{1}{8} \gamma^2 \lambda_{\kappa(0),2}^{-2} \lambda_{\kappa(0),m} \right) \quad (38)$$

注释 3 文献[15]研究了具有时变邻居集和时不变通信权重的群系统保性能一致性。其中，切换集中所有通信拓扑的 Laplacian 矩阵的最小和最大非零特征值是设计一致性协议增益矩阵的必要条件。同时，该文献中的方法不能处理通信权重时变的情况。本节通过平移自适应策略，在定理 2 和推论 1 中消除了零时刻之后切换拓扑 Laplacian 矩阵最小和最大非零特征值以及通信权重时变对系统稳定性的影响，并且在可一致判据与切换通信拓扑 $G_{\kappa(t)} (t > 0)$ 的 Laplacian 矩阵及其特征值无

关的意义下，实现了预设性能的一致性控制。相较于传统的自适应策略，定理 2 所提出的平移自适应策略主要有以下优势。一是引入了平移因子 γ ，可以通过该平移因子调节自适应律的控制增益，改变自适应权重的收敛值，从而在一定程度上防止自适应权重增长过快过大，减轻实际系统执行机构的运行压力。同时，也可以通过该平移因子调节系统的性能函数值。二是传统的自适应策略大多针对的是固定拓扑条件下的分布式协同控制问题，所提的平移自适应策略则可以进一步解决切换拓扑条件下的分布式协同控制问题。此外，定理 2 通过线性矩阵不等式条件将性能预设值引入到对 R 的约束，可以进一步优化对增益矩阵的调节。

注释 4 结合定理 2 及其证明过程，可以对引言部分总结的 4 个问题进行回答。首先，对于一般高阶群系统的预设性能一致性控制问题，可以利用定理 2 给出的线性矩阵不等式判据求取适合控制协议增益矩阵，在控制协议 (2) 的作用下实现预设性能一致性控制；其次，结合式 (26) ~ (34) 的证明过程可以发现，仅零时刻初始通信拓扑影响系统性能指标函数上界，后续拓扑变换不会影响性能函数值；再者，通过调节平移因子并在定理 2 线性矩阵不等式的作用下，可改变一致性控制增益，从而确保所有主体之间的一致性性能；最后，性能预算值可以通过矩阵变量间接地对协同控制增益矩阵的选取产生影响。

需要指出，性能指标 $J_p(t)$ 通过积分二次型形式刻画了群系统一致性的动态过程与稳态精度，其权重矩阵 Q 的选取可根据实际任务需求调节各状态分量的协同优先级。结合定理 2 的 LMI 条件， $J_p(t)$ 的上界 J_p^* 可通过平移因子 γ 与初始状态误差实现预设约束，使得增益矩阵 K_u 与 K_w 的设计不依赖 $t > 0$ 后的全局拓扑信息。下一步将通过仿真展示 $J_p(t)$ 最终可收敛于 J_p^* 之下，从而验证预设性能的可行性。

3 仿真验证与分析

考虑一个由 6 个主体组成的四阶线性群系统，主体间的通信拓扑在图 1 所给的拓扑 G_1 、 G_2 、 G_3 和 G_4 之间随机切换。

每个主体的动态由式 (1) 描述，其中系统矩阵和输入矩阵分别设置为

$$A = \begin{bmatrix} -3.375 & -4.500 & -4.125 & -3.250 \\ 1.625 & -1.500 & -1.125 & 1.250 \\ -0.875 & 0.500 & -1.625 & 1.750 \\ 1.750 & 3.500 & 2.750 & -0.500 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

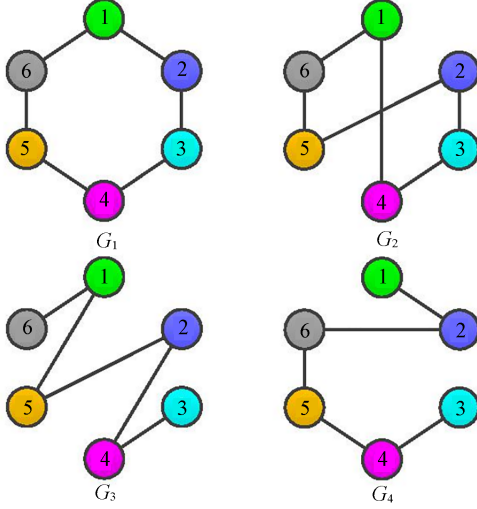


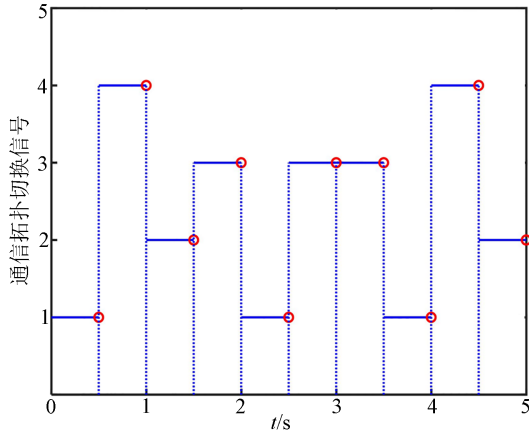
图1 群系统的通信拓扑集

Fig. 1 Communication topology set of the swarm system

每个主体的初始状态设置为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1(0) &= [-1, 0, -4, 5]^T, \mathbf{x}_2(0) = [5, -4, -8, -2]^T \\ \mathbf{x}_3(0) &= [-7, 3, -4, 7]^T, \mathbf{x}_4(0) = [-2, 7, -1, -5]^T \\ \mathbf{x}_5(0) &= [4, 6, -1, -3]^T, \mathbf{x}_6(0) = [8, 1, 5, -4]^T \end{aligned}$$

如图2所示, 通信拓扑 $G_{\kappa(t)}$ 在 G_1 、 G_2 、 G_3 和 G_4 之间, 每隔 0.5 s 随机切换一次。

图2 群系统的通信拓扑切换信号 $k(t)$ Fig. 2 Switching signal $k(t)$ of communication topology of swarm system

假设初始拓扑已知, 则可以求得初始拓扑拉普拉斯矩阵的 $N-1$ 个非零特征值 $\lambda_{\kappa(0),m}$ ($m=2, 3, \dots, 6$)。取平移因子 $\gamma=5$ 和性能预设值 $J_p^*=268$, 并设置性能指标的权重矩阵为

$$Q = \begin{bmatrix} 0.10 & 0.02 & 0.01 & 0 \\ 0.02 & 0.10 & 0.01 & 0.02 \\ 0.01 & 0.01 & 0.10 & 0.03 \\ 0 & 0.02 & 0.03 & 0.10 \end{bmatrix}$$

则根据定理2的线性矩阵不等式条件(20), 利用MATLAB的LMI工具箱中的Feasible可求得增益矩阵为

$$K_u = [0.2653 \quad 1.0549 \quad 0.7878 \quad 0.6790]$$

$$K_w = \begin{bmatrix} 0.0704 & 0.2799 & 0.2090 & 0.1801 \\ 0.2799 & 1.1128 & 0.8311 & 0.7163 \\ 0.2090 & 0.8311 & 0.6207 & 0.5349 \\ 0.1801 & 0.7163 & 0.5349 & 0.4610 \end{bmatrix}$$

结合上述仿真参数, 群系统(1)在一致性协议(2)作用下的仿真结果如图3~5所示。图3展示了各个主体的3个状态量在一致性协议(2)作用下随时间 t 的变化情况。其中, 红圈标记的曲线为一致函数的轨迹曲线, 一致函数由定理1确定。各条实线为主体状态的轨迹曲线。可以看出, 各个状态的轨迹曲线能够收敛到一致函数的轨迹曲线, 表明群系统在协议(2)的作用下能够实现一致, 同时也验证了定理1的正确性。

图4绘制了通信权重的时变轨迹和通信权重的收敛值。可以看出, 所有的通信权重最终都可以收敛至一个有界值, 且最大有界值不超过15, 说明不会出现积分爆炸的情况。由于自适应变化律中通信权重的导数由主体间的一致误差决定, 因此, 当主体 m 和主体 j 之间的通信权重 $w_{\kappa(t),mj}$ 不再递增时, 则表明该2个主体间的一致误差已收敛至0。

图5给出了性能函数 $J_p(t)$ 和性能预设值 J_p^* 的对比情况。可以看出, 群系统(1)在约2.5 s时实现了自适应一致, 且性能指标函数 $J_p(t)$ 收敛于一个小于 J_p^* 的有界值, 即满足预设性能约束。仿真结果表明, 基于定理1求取的增益矩阵 K_u 和 K_w 能够使得群系统(1)在协议(2)的作用下实现预设性能自适应一致性控制。

需要注意的是, 实际仿真 $J_p(t)$ 收敛值在22附近, 与性能预设值 $J_p^*=268$ 之间有较大差距, 表明本文方法仍存在较大优化潜力。通过调节权重矩阵 Q 与平移因子 γ , 可进一步缩小理论预设值与实际性能的差距。未来研究将进一步考虑结合自适应权重, 动态调整优化策略, 以降低LMI条件的保守性。

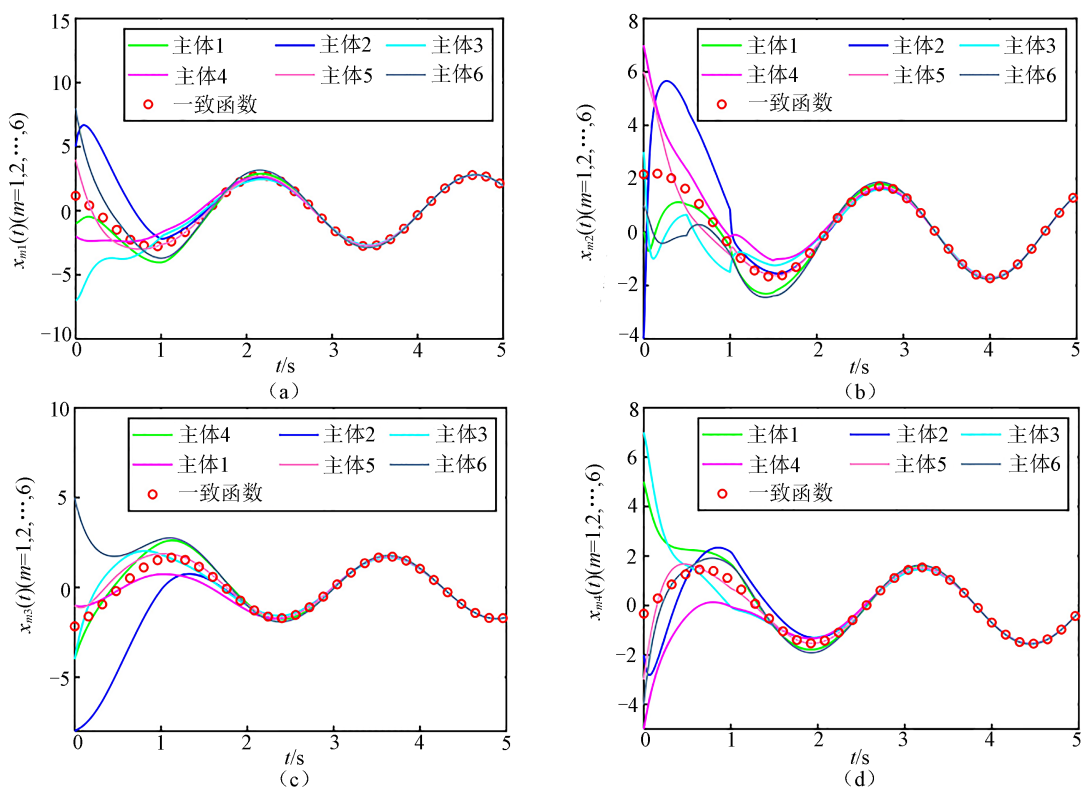
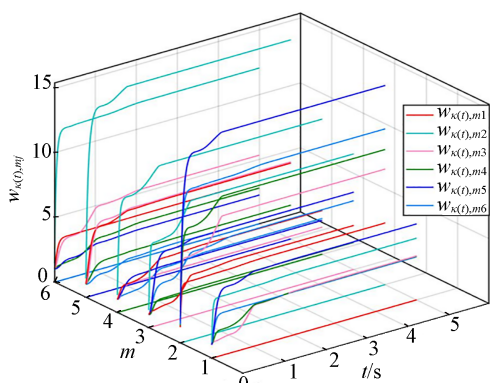
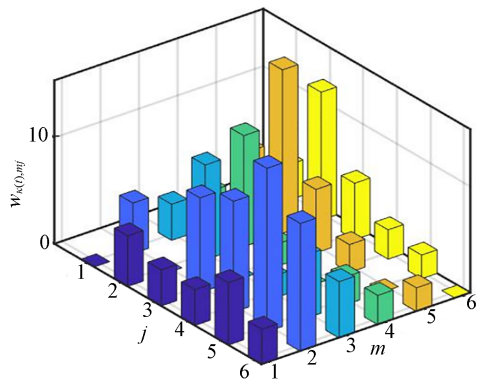


图 3 主体状态轨迹和一致函数曲线

Fig. 3 State trajectories of the six agents and the corresponding consensus function curves



(a) 通信权重时变轨迹



(b) 通信权重收敛值

图 4 通信权重变化情况

Fig. 4 Variations of the communication weights

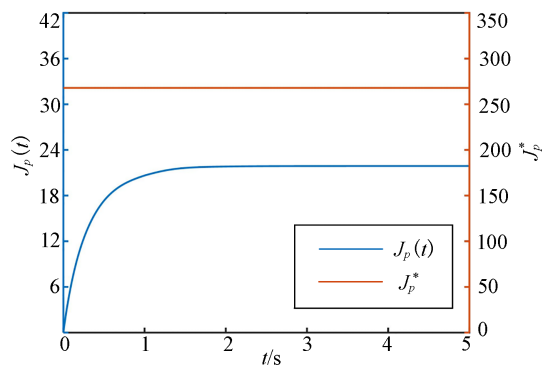


图 5 性能预设值 \$J_p^*\$ 和性能函数 \$J_p(t)\$

Fig. 5 Prescribed performance value \$J_p^*\$ and performance function \$J_p(t)\$

4 结论

针对切换拓扑条件下一般线性群系统的预设性能优化一致性问题, 提出基于平移自适应策略的预设性能一致性控制方法, 主要结论如下。

1) 通过设计通信权重自适应变化律, 实现了以平移特征值的方式消除 Laplacian 矩阵的非零特征值对系统稳定性的影响, 使得控制协议增益矩阵设计只需确保通信拓扑是无向连通的即可, 而

无需知道系统开始运行后切换通信拓扑的具体结构。

2) 结合 Lyapunov 稳定性理论, 给出了具有线性矩阵不等式形式的预设性能自适应一致性设计判据, 并在此基础上, 结合预设性能一致性证明过程, 给出了系统可一致分析判据。

3) 指出了在群系统实现预设性能一致性后, 其状态一致函数仅与状态初始值和系统矩阵有关, 而与切换拓扑和时变通信拓扑权重无关; 同时一致性控制增益和性能函数收敛值可以通过更改平移因子进行调节, 为改善控制效果指明了参数调节途径。

参考文献

- [1] GHOMMAM J, SINAN S, FAREH R, et al. Fixed-time adaptive cooperative control architecture for air-ground target tracking using UAV and UGV with dynamic constraints[J/OL]. International Journal of Control, (2025-04-09) [2025-05-05]. <http://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/00207179.2025.2486641?scroll=top&needAccess=true>.
- [2] 杨永刚, 龚泽川, 谢睿夫. 基于改进势场和一致性的无人机编队避障方法[J]. 电光与控制, 2024, 31(7): 36-41.
YANG Y G, GONG Z C, XIE R F. An obstacle avoidance method for UAV formations based on improved potential field and consistency[J]. Electronics Optics & Control, 2024, 31(7): 36-41.
- [3] 吴梦洋, 杨吉康, 于晋伟. 区域约束环境下柔性关节机械臂的一致性控制[J]. 系统科学与数学, 2024, 44(1): 60-70.
WU M Y, YANG J K, YU J W. Region constrained consensus control of flexible-joint robot manipulators[J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences, 2024, 44(1): 60-70.
- [4] YU L X, YU W W, LYU Y Z. Multi-dimensional privacy-preserving average consensus in wireless sensor networks[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2022, 69(3): 1104-1108.
- [5] JIN X, TANG Y, SHI Y, et al. Event-triggered attitude consensus of multiple rigid body systems with prescribed performance[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2025, 55(1): 307-320.
- [6] HUANG Y, MENG Z Y, DIMAROGONAS D V. Prescribed performance formation control for second-order multi-agent systems with connectivity and collision constraints[J]. Automatica, 2024, 160: 111412.
- [7] HOU Y H, HU W F, LI J Q, et al. Prescribed performance control for double-integrator multi-agent systems: a unified event-triggered consensus framework[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2024, 71(9): 4222-4232.
- [8] JIA T H, YAN H C, ZHANG H, et al. Adaptive anti-disturbance performance guaranteed formation tracking control for quadrotor UAVs via aperiodic signal updating[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2024, 54(9): 5212-5223.
- [9] DAI S L, HE S D, CAI H, et al. Adaptive leader follower formation control of underactuated surface vehicles with guaranteed performance[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2022, 52(3): 1997-2008.
- [10] CHEN F, DIMAROGONAS D V. Leader follower formation control with prescribed performance guarantees[J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2021, 8(1): 450-461.
- [11] DAI S L, HE S D, CHEN X, et al. Adaptive leader follower formation control of nonholonomic mobile robots with prescribed transient and steady-state performance[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2020, 16(6): 3662-3671.
- [12] HUA C C, CHEN J N, GUAN X P. Adaptive prescribed performance control of QUAVs with unknown time-varying payload and wind gust disturbance[J]. Journal of the Franklin Institute, 2018, 355(14): 6323-6338.
- [13] MENG W C, LIU P X. Guaranteed synchronization performance control of nonlinear time-delay MIMO multiagent systems with actuator faults[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(5): 2446-2456.
- [14] XIE X L, YAO H, XI J X, et al. Consensus-based adaptive guaranteed-performance formation control for second-order multi-agent systems[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2019, 11(10): 1687814019884779.
- [15] CHEN K R, GU Y X, LIN H, et al. Guaranteed performance event-triggered adaptive consensus control for multiagent systems under time-varying actuator faults[J]. Mathematics, 2024, 12(10): 1528.
- [16] GAO Z Y, ZHANG H G, DUAN J, et al. Guaranteed-performance consensus for descriptor nonlinear

- ear multi-agent systems based on distributed nonlinear consensus protocol[J]. *Neurocomputing*, 2020, 383: 359-367.
- [17] 王琳, 张庆杰, 陈宏伟. 切换拓扑下群系统保性能编队形成问题优化控制方法[J]. *控制与决策*, 2023, 38(12): 3436-3444.
- WANG L, ZHANG Q J, CHEN H W. Optimal control method for swarm systems formation achievement problem with guaranteed-performance and switching topologies[J]. *Control and Decision*, 2023, 38(12): 3436-3444.
- [18] ZHAO N, ZHAN X S, WU J, et al. Guaranteed-performance consensus control for multi-agent systems with external disturbances via event-triggered strategy[J]. *Neurocomputing*, 2024, 574: 127268.
- [19] 施征卿. 非线性多智能体系统预设性能一致性控制及优化问题研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2022: 28-36.
- SHI Z Q. Prescribed performance consensus control and optimization for nonlinear multi-agent systems[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2022: 28-36.
- [20] YU S Z, YU Z Y, JIANG H J, et al. Leader-following guaranteed performance consensus for second-order multi-agent systems with and without communication delays[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2018, 12(15): 2055-2066.
- [21] ZHAO N, WU J, ZHAN X S, et al. Leader-following adaptive guaranteed-performance consensus control for multi-agent systems with exogenous disturbance[J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2024, 22(3): 892-901.
- [22] YAN K X, HAN T, XIAO B, et al. Adaptive guaranteed-performance consensus for high-order nonlinear multi-agent systems with switching topologies[J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2023, 37(5): 1135-1150.
- [23] ZHAO X Y, YUE Z H, YOU M, et al. Adaptive distributed dynamic average consensus with prescribed performance[J]. *Asian Journal of Control*, 2025, 27 (4): 1710-1720.
- [24] YAN L, LIU Z, PHILIP C C L, et al. Optimized adaptive consensus control for multiagent systems with prescribed performance[J]. *Information Sciences*, 2022, 613: 649-666.
- [25] ZHANG J, LI S, XIANG Z R. Adaptive fuzzy finite-time fault-tolerant control for switched nonlinear large-scale systems with actuator and sensor faults[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357(16): 11629-11644.
- [26] LIBERZON D. *Switching in Systems and Control* [M]. Boston, MA: Birkhäuser Boston, 2003: 56-61.
- [27] YAO D Y, LI H Y, LU R Q, et al. Event-triggered guaranteed cost leader-following consensus control of second-order nonlinear multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(4): 2615-2624.
- [28] 俞立. 鲁棒控制: 线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002: 8-9.

(编辑: 于福兴)