

基于广义斜投影的雷达抗主瓣干扰方法

王宵龙, 曹 菲*

(火箭军工程大学, 西安 710025)

摘 要: 针对雷达抗主瓣干扰问题, 提出一种基于广义斜投影的空极联合抗主瓣干扰方法。以非完备电磁传感器建立均匀圆阵极化敏感阵列信号接收模型; 提出基于重构数据协方差矩阵的改进多重信号分类算法, 以提升信号相干、低信噪比条件下的参数估计效果; 提出基于相关性最大准则的极化参数估计方法, 无需谱峰搜索, 以减少运算复杂度; 利用多线性约束最小方差准则设计广义斜投影滤波器, 抑制主瓣干扰。实验结果表明: 与同类极化估计算法对比, 在 0~40 dB 信噪比区间内极化参数估计的误差小于同类算法, 且拥有更低的运算量; 滤波后的波形特征明显, 能够完全滤除干扰信号, 并且保留期望信号的幅度、相位信息。

关键词: 主瓣干扰抑制; 协方差矩阵重构; 相关性最大准则; 广义斜投影滤波

中图分类号: TN973

文献标志码: A

文章编号: 2097-2741(2024)02-039-010

An Anti Main-lobe Interference Method Based on Generalized Oblique Projection

WANG Xiaolong, CAO Fei*

(Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, Shaanxi)

ABSTRACT: To address the issue of radar anti-main lobe interference, a space-polarization combined anti main-lobe interference method was proposed based on generalized oblique projection. First, a signal reception model for the uniform circular polarization sensitive array was established by incomplete electromagnetic sensors. Thereby, an improved multiple signal classification (MUSIC) algorithm was proposed based on reconstructed covariance matrix to improve the parameter estimation performance under signal coherence and low signal-to-noise ratio conditions. Subsequently, the polarization parameter estimation method, which has lower computational complexity because of no need of spectral peak search, was proposed based on the maximum correlation criterion. Accordingly, a generalized oblique projection filter was designed by the minimum variance criterion with multiple linear constraints to suppress main-lobe interference. Experimental results showed that the estimation error of polarization parameters between 0 dB to 40 dB signal-to-noise ratio range is smaller than that obtained by similar polarization estimation algorithm and has lower computational complexity. The distinct filtered waveform characteristics showed that the proposed method can completely filter out interference signals while retaining the amplitude

收稿日期: 2024-01-19

基金项目: 国家自然科学基金 (61903375)

第一作者: 王宵龙 (2000—), 男, 硕士研究生, 主要从事雷达极化抗干扰研究。E-mail: wxl191218@163.com

*通信作者: 曹菲 (1970—), 女, 教授, 主要从事雷达电子对抗研究。E-mail: caofei101@126.com

引用格式: 王宵龙, 曹菲. 基于广义斜投影的雷达抗主瓣干扰方法[J]. 火箭军工程大学学报, 2024, 38 (2): 39-48.

and phase information of the desired signal.

KEYWORDS: anti main-lobe interference; covariance matrix reconstruction; maximum correlation criterion; generalized oblique projection filter

高速运载平台雷达在突防过程中,特别是在接近目标时,难免会受到目标附近干扰机的影响。强电子干扰可能使雷达系统的探测性能下降,甚至使系统完全失效,因此,必须采取有效的对抗措施才能确保系统正常工作。针对旁瓣干扰,超低旁瓣天线、波束宽度控制、天线覆盖和扫描控制等空域抗干扰方法可有效进行抑制^[1]。但对于主瓣干扰,由于期望信号与干扰信号在空域上完全对准,使空域滤波算法在抑制干扰的同时,也抑制了大部分期望信号,极大降低了信噪比(Signal to Noise Ratio, SNR),“角度兼并”问题成为传统空域抗干扰方法的挑战。

雷达极化信息是时域、频域、空域信息之外可利用的又一重要信息,原则上极化信息可以与各种雷达系统相结合,提高抗干扰方面的能力^[2]。极化滤波是极化信息的重要应用,它利用极化状态的差异,在抑制干扰的同时提取目标。然而,随着电子对抗技术不断发展,目标与干扰之间的差异越来越细微,仅靠极化滤波所形成的干扰抑制能力有限,因此,极化抗干扰技术逐渐从单一极化域处理向多域联合处理发展^[3]。

毛兴鹏等^[4]将斜投影理论拓展到极化域,设计斜投影极化滤波器(Oblique Projection Polarization Filter, OPPF),在抑制干扰的同时不会造成目标信号幅值和相位的失真。Zhang等^[5]提出用不含噪声的回波信号协方差矩阵估计值代替干扰正交投影矩阵设计斜投影滤波算子,将2个极化参数的估计问题转变为估计噪声方差1个参数的问题,以降低参数估计误差对斜投影算子精度的影响程度。但是在实际复杂的电磁环境下,非平稳噪声和色噪声的估计仍为难题。侯慧军等^[6]针对不同噪声背景提出广义斜投影滤波方法,其实质是使用基于广义斜投影算子的干扰抑制器与常规窄带滤波器级联,通过多线性约束干扰抑制最小方差准则设计阵元最优权重,有效解决了噪声影响斜投影滤波算子精度的问题。

在空域-极化域(空-极)参数估计方面,经典的多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)算法、基于旋转不变技术的信号参数估计(Estimating Signal Parameter via Rotational In-

variance Techniques, ESPRIT)算法等特征空间分解方法可以有效进行参数估计,但都存在一定的不足:MUSIC算法及其改进算法(如LvMUSIC、Q-MUSIC^[7-8]等)因高维度谱峰搜索出现的计算量大、多项式次数高、求解难度大等问题限制了算法应用;传统ESPRIT算法要求阵列形式需满足Vandermonde矩阵形式,且具有旋转不变性,对阵列构型提出了要求,且参数配对较为繁琐;稀疏重构的方法虽然具有较高的角度分辨力和高精度^[9],但是当字典构建不准确时,方法的参数估计精度同样受到较大影响。相关研究人员^[10-11]在极化参数未知的情况下对空-极参数估计问题解耦,首先采用低维谱峰搜索进行波达方向(Direction of Arrival, DOA)估计,而后将极化参数估计问题转化为优化问题求解,该方法为参数估计问题提供了很好的思路。

本文在前人研究的基础上,针对参数估计方法进行广义斜投影滤波器设计。建立了均匀圆阵的极化信号接收模型;利用克罗内克(Kronecker)积的性质将空-极参数估计问题解耦,在存在相干信号以及低信噪比的条件下,利用改进的MUSIC子空间算法估计DOA;通过相关性最大原则将极化参数估计问题转换为优化问题,并利用拉格朗日法求解均匀圆阵下的极化参数显式解,在此基础上设计广义斜投影滤波器实施主瓣干扰抑制;开展了算法有效性验证及复杂度分析。

1 信号模型

在雷达再入空间的过程中,高速运载平台的姿态调整对雷达的动态探测范围提出一定要求,均匀圆阵(Uniform Circle Array, UCA)相较于线阵能够在全方位提供方位和极化信息^[12],因此,本文采用均匀圆阵作为基础阵列构型。

现假设有 D 个互不相关的远场窄带完全极化平面波,其中包含 K ($K < D$)个真实目标信号,入射到以 r 为半径、 M 个阵元所组成的UCA中,每个阵元由三极子非完备电磁矢量传感器组成,如图1所示。

则阵列第 d 个信号空域导向矢量 $\mathbf{V}_d$ 表示为

$$\mathbf{V}_a(\theta_d, \phi_d) = [\exp(-j\psi_{1d}) \exp(-j\psi_{2d}) \cdots \exp(-j\psi_{Md})]^T \quad (1)$$

式中: θ_d 、 ϕ_d 分别为第 d ($1 \leq d \leq D$) 个信号的方位角和俯仰角; ψ_{md} ($1 \leq m \leq M$) 为第 m 个阵元对第 d 个信号的空间相位延迟, 有

$$\psi_{md} = \frac{2\pi}{\lambda_d} r \sin \phi_d \cos [\theta_d - \frac{2\pi(m-1)}{M}] \quad (2)$$

式中: λ_d 为信号的波长。

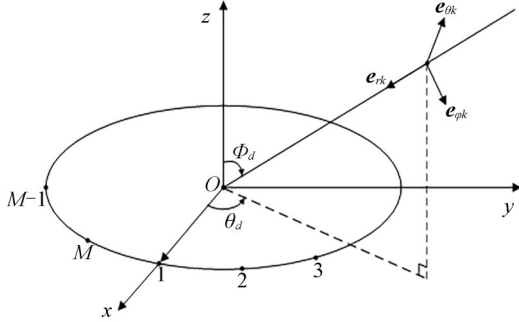


图 1 圆阵阵列模型示意

Fig. 1 Schematic diagram of the circular array model

阵列对第 d 个信号的极化导向矢量 $\mathbf{V}_p$ 为

$$\mathbf{V}_p(\theta_d, \phi_d, \gamma_d, \eta_d) = \mathbf{H}\mathbf{E} = \begin{bmatrix} -\sin \theta_d & \cos \phi_d \cos \theta_d \\ \cos \theta_d & \cos \phi_d \sin \theta_d \\ 0 & -\sin \phi_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma_d \\ \sin \gamma_d \exp(j\eta_d) \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{H}$ 为从信源坐标系到阵列坐标系的坐标转换矩阵; $\mathbf{E}$ 为信号的极化状态; γ_d 、 η_d 分别为极化辅助角和极化相位差。

则第 d 个信号的接收导向矢量 $\mathbf{V}$ 为

$$\mathbf{V}(\theta_d, \phi_d, \gamma_d, \eta_d) = \mathbf{V}_a \otimes \mathbf{V}_p \quad (4)$$

其中: $\otimes$ 表示 Kronecker 积。

则 $3M \times 1$ 维阵列接收数据为

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{d=1}^D \mathbf{V}(\theta_d, \phi_d, \gamma_d, \eta_d) s_d(t) + \mathbf{N}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}_A(t) + \mathbf{G}\mathbf{S}_G(t) + \mathbf{N}(t) \quad (5)$$

式中: $\mathbf{A} = [\mathbf{v}_1, \cdots, \mathbf{v}_K]$ 、 $\mathbf{G} = [\mathbf{v}_{K+1}, \cdots, \mathbf{v}_D]$ 分别为 $3M \times K$ 维的目标信号和 $3M \times (D-K)$ 维的干扰信号导向矢量集合, $\mathbf{v}_d$ ($1 \leq d \leq D$) 为导向矢量的列向量; $s_d(t)$ 为第 d 个接收信号矢量; $\mathbf{S}_A(t) = [s_1(t), \cdots, s_K(t)]^T$ 为 K 维目标信号矢量; $\mathbf{S}_G(t) = [s_{K+1}(t), \cdots, s_D(t)]^T$ 为 $D-K$ 维干扰信号矢量; $\mathbf{N}(t) = [\mathbf{n}_1^T(t), \cdots, \mathbf{n}_{3M}^T(t)]^T$ 为 $3M \times 1$ 维阵列观测噪声矢量。假设噪声信号、目标信号和干扰信号彼此不相关。

2 基于参数估计的滤波器设计方法

本节将针对参数估计方法进行广义斜投影滤波器的设计。针对经典 MUSIC 算法在低信噪比、信号相干条件下存在的不足, 提出基于重构数据协方差矩阵的改进 MUSIC 算法进行 DOA 估计; 在完成 DOA 估计的基础上提出基于相关性最大原则的极化参数估计方法, 给出了极化参数解的具体形式; 最后, 在完成空-极参数估计的基础上, 利用多线性约束最小方差准则设计滤波器, 完成干扰抑制。具体流程如图 2 所示。

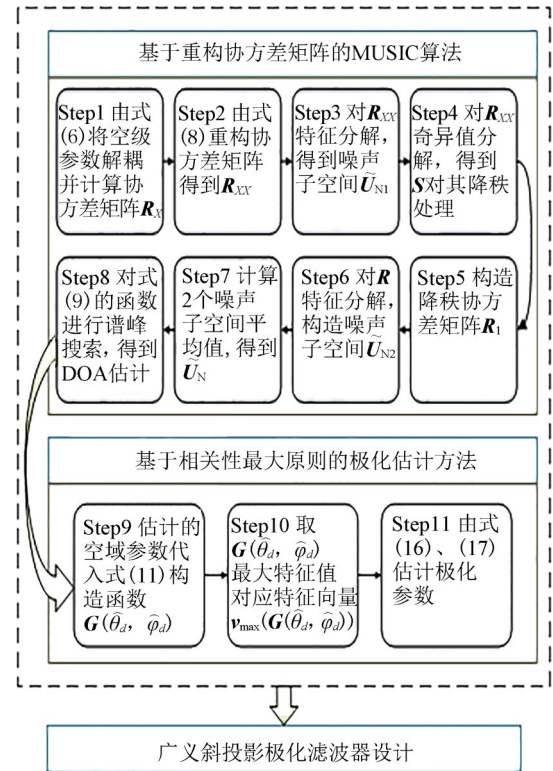


图 2 基于参数估计的滤波器设计流程

Fig. 2 Flow chart of parameter estimation-based filter design

2.1 基于改进 MUSIC 的 DOA 估计方法

利用 Kronecker 积的性质将式 (4) 改写为

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_a \otimes \mathbf{V}_p =$$

$$\mathbf{V}_a \otimes \begin{bmatrix} -\sin \theta_d & \cos \phi_d \cos \theta_d \\ \cos \theta_d & \cos \phi_d \sin \theta_d \\ 0 & -\sin \phi_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma_d \\ \sin \gamma_d e^{j\eta_d} \end{bmatrix} =$$

$$\left(\mathbf{V}_a \otimes \begin{bmatrix} -\sin \theta_d & \cos \phi_d \cos \theta_d \\ \cos \theta_d & \cos \phi_d \sin \theta_d \\ 0 & -\sin \phi_d \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \cos \gamma_d \\ \sin \gamma_d e^{j\eta_d} \end{bmatrix} = \mathbf{L}(\theta_d, \phi_d) \mathbf{P}(\gamma_d, \eta_d) \quad (6)$$

显然, $L(\theta_d, \phi_d)$ 仅包含空域参数, $P(\gamma_d, \eta_d)$ 仅包含极化参数。由式 (6) 可知分别进行空域参数估计和极化域参数估计是可行的。

2.1.1 经典 MUSIC 算法

MUSIC 算法应用在实际测向系统中, 真实协方差矩阵未知, 故需利用其最大似然估计值, 即采样协方差矩阵 R_X :

$$R_X = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P X_i X_i^H$$

式中: X_i 为阵列采样数据; P 为快拍数。 R_X 经过特征分解得到信号子空间 U_S 以及噪声子空间 U_N , 因此, MUSIC 零谱可列为

$$\hat{Z}_{\text{MUSIC}} = L^H(\theta_d, \phi_d) U_N U_N^H L(\theta_d, \phi_d)$$

定义 MUSIC 空间谱 P_{MUSIC} 为零谱行列式的倒数, 搜索空间谱极大值, 得到入射信号 DOA 估计值, 即

$$P_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\det[L^H(\theta_d, \phi_d) U_N U_N^H L(\theta_d, \phi_d)]} \quad (7)$$

由式 (7) 可以看出, 空域参数的谱估计中, 利用了全部的噪声特征矢量。因此, 谱搜索会在非入射信号处表现光滑, 而在信号入射处会有较为尖锐的峰值。但在信噪比低、信号方向间隔小的情况下, 经典 MUSIC 算法的分辨率会降低甚至失效。由此本文对 MUSIC 算法进行改进。

2.1.2 基于重构协方差矩阵的 MUSIC 算法

将重新构造数据协方差矩阵 R_{XX} :

$$R_{XX} = R_X + J R_X^* J \quad (8)$$

$$\text{式中: } J = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}_{M \times M}; R_X^* \text{ 是 } R_X \text{ 的共轭矩阵。}$$

将重构的协方差矩阵 R_{XX} 奇异值分解为 $[U \ S \ V]$, 特征分解为 $[E \ N]$, 利用 E 得到噪声特征向量, 构造噪声子空间 $\tilde{U}_{N1}$ 。

在重构矩阵中, 因奇异值分解相比于特征分解具有更好的稳定性, 因此, 在奇异值分解中将对角矩阵 S 进行降秩处理后构造降秩协方差矩阵 R , 令

$$R = E S V^*$$

式中: V^* 是矩阵 V 的共轭矩阵。则满秩矩阵 R_{XX} 被 R 取代。

对新的低秩协方差矩阵 R 进行特征分解, 构造噪声子空间 $\tilde{U}_{N2}$ 。

计算 2 个噪声子空间的平均值, 得到最终的噪声子空间:

$$\tilde{U}_N = \frac{\tilde{U}_{N1} + \tilde{U}_{N2}}{2}$$

根据式 (7) 的方法构造空间谱函数, 即

$$\tilde{P}_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\det[L^H(\theta_d, \phi_d) \tilde{U}_N \tilde{U}_N^H L(\theta_d, \phi_d)]} \quad (9)$$

对式 (9) 进行谱峰搜索得到 DOA 估计。

基于重构斜方差矩阵的 MUSIC 算法的具体流程如下。

Step1 由接收数据矩阵 X 计算采样协方差矩阵 R_X ;

Step2 由式 (8) 重新构造数据协方差矩阵 R_{XX} 并构造噪声子空间 $\tilde{U}_{N1}$;

Step3 R_{XX} 奇异值分解得到的矩阵 S , 进行降秩处理后构造降秩协方差矩阵 R , 对 R 进行特征分解, 构造噪声子空间 $\tilde{U}_{N2}$;

Step4 计算 2 个噪声子空间的平均值, 得到最终的噪声子空间 $\tilde{U}_N$;

Step5 对式 (9) 的函数进行谱峰搜索, 得到 DOA 估计。

2.2 基于相关性最大原则的极化估计方法

在 2.1 节得到信号 DOA 估计的基础上, 由文献 [13-14] 可知, 极化敏感阵列的信号导向矢量 $V(\theta_d, \phi_d, \gamma_d, \eta_d)$ 与观测矩阵 X 的相关性最大。因此, 在得到各信号 DOA 估计后, 可以利用相关性最大原则来估计对应的极化参数。从本文的信号模型出发, 可将求解极化参数问题转化为优化问题 (10):

$$\begin{cases} (\gamma_d, \eta_d) = \arg \max_{\gamma_d, \eta_d} \|X^H V(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d, \gamma_d, \eta_d)\|_2^2 \\ \text{s.t. } \|V_p(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d, \gamma_d, \eta_d)\|_2 = 1 \end{cases} \quad (10)$$

式中: X 为观测矩阵; V 为空-极联合导向矢量, 有

$$V(\theta_d, \phi_d, \gamma_d, \eta_d) =$$

$$V_a(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d) \otimes V_p(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d, \gamma_d, \eta_d)$$

为方便公式整理, 略去参量项, 由 Kronecker 积性质^[15]可得

$$\|X^H (V_a \otimes V_p)\|_2^2 =$$

$$(X^H (V_a \otimes V_p))^H \cdot X^H (V_a \otimes V_p) =$$

$$V_p^H (V_a \otimes I_3)^H \cdot X X^H (V_a \otimes I_3) V_p =$$

$$V_p^H G(\theta, \phi) V_p \quad (11)$$

式中: $G(\hat{\theta}, \hat{\phi}) = (V_a \otimes I_3)^H X X^H (V_a \otimes I_3)$ 由入

射信号的 DOA 估计值决定; $\mathbf{I}_3$ 为三阶单位矩阵。则式 (10) 可等价转化为式 (12):

$$\begin{cases} (\gamma_d, \eta_d) = \arg \max_{\gamma_d, \eta_d} \mathbf{V}_p^H \mathbf{G}(\theta, \phi) \mathbf{V}_p \\ \text{s.t. } \|\mathbf{V}_p\|_2 = 1 \end{cases} \quad (12)$$

建立代价函数:

$$J(\gamma_d, \eta_d) = \mathbf{V}_p^H \mathbf{G}(\theta, \phi) \mathbf{V}_p - \mu (\mathbf{V}_p^H \mathbf{V}_p - 1) \quad (13)$$

对式 (13) 求梯度, 令其结果为 0, 可得

$$\begin{aligned} \nabla J(\gamma_d, \eta_d) &= 2\mathbf{G}(\theta, \phi) \mathbf{V}_p - 2\mu \mathbf{V}_p = 0 \\ \Rightarrow \mathbf{G}(\theta, \phi) \mathbf{V}_p &= \mu \mathbf{V}_p \end{aligned} \quad (14)$$

故 $\mathbf{V}_p(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d, \gamma_d, \eta_d)$ 为 $\mathbf{G}(\hat{\theta}, \hat{\phi})$ 进行特征值分解后对应的特征向量, μ 为对应的特征值。

将式 (14) 代入式 (11) 得

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_p^H \mathbf{G}(\theta, \phi) \mathbf{V}_p &= \mu \mathbf{V}_p^H \mathbf{V}_p = \mu \\ \Rightarrow \hat{\mathbf{V}}_p(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d, \gamma_d, \eta_d) &= \mathbf{v}_{\max}(\mathbf{G}(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d)) \end{aligned} \quad (15)$$

式中: $\mathbf{v}_{\max}(\mathbf{G}(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d))$ 表示 $\mathbf{G}(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d)$ 的最大特征值对应的特征向量。

由式 (3) 和式 (15) 可计算得极化辅助角和极化相位差的显式解:

$$\gamma_d = \begin{cases} \arccos\left(-\frac{[\mathbf{v}_{\max}(\mathbf{G}(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d))]_1}{\sin \hat{\theta}_d} - \frac{[\mathbf{v}_{\max}(\mathbf{G}(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d))]_3}{\tan \hat{\phi}_d}\right) \text{ or} \\ \arccos\left(\frac{[\mathbf{v}_{\max}(\mathbf{G}(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d))]_2}{\cos \hat{\theta}_d} + \frac{\tan \hat{\theta}_d}{\tan \hat{\phi}_d} [\mathbf{v}_{\max}(\mathbf{G}(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d))]_3\right) \end{cases} \quad (16)$$

$$\eta_d = \text{angle}\left(-\frac{[\mathbf{v}_{\max}(\mathbf{G}(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d))]_3}{\sin \gamma_d \sin \phi_d}\right) \quad (17)$$

式中: $[\mathbf{v}_{\max}(\mathbf{G}(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d))]_l$ 为 $\mathbf{v}_{\max}(\mathbf{G}(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d))$ 中第 l 个元素。

由于在本文模型中, 极化导向矢量为 3 维向量, 因此, 在向量 $\mathbf{v}_{\max}(\mathbf{G}(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d))$ 中存在 3 个元素。而需要估计的极化参数仅有 2 个, 即 $[\mathbf{v}_{\max}(\mathbf{G}(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d))]_1$ 、 $[\mathbf{v}_{\max}(\mathbf{G}(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d))]_2$, 且这 2 个参数都包含了 γ_d 的信息。因此, 在求解过程中会出现 2 个等价 γ_d 的显式解, 如式 (16) 所示。具体流程如下。

Step1 由 2.1 节得到的 DOA 估计, 代入式 (11) 构造 $\mathbf{G}(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d)$ 并对其特征分解;

Step2 取 $\mathbf{G}(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d)$ 最大特征值对应的特征向量 $\mathbf{v}_{\max}(\mathbf{G}(\hat{\theta}_d, \hat{\phi}_d))$;

Step3 由式 (16)、(17) 估计极化参数。

2.3 广义斜投影极化滤波

2.3.1 广义斜投影理论

列满秩 $n \times l$ 维矩阵 $\mathbf{Z}_1$ 和 $n \times m$ 维矩阵 $\mathbf{Z}_2$, 二者张成的子空间 $\mathbf{Z}_1$ 和 $\mathbf{Z}_2$ 无交集。定义从子空间 $\mathbf{Z}_2$ 的平行方向到子空间 $\mathbf{Z}_1$ 的广义斜投影算子为

$$\mathbf{E}_{\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2} = \mathbf{Z}_1 (\mathbf{Z}_1^H \mathbf{P}_{\mathbf{Z}_2}^\perp \mathbf{W} \mathbf{P}_{\mathbf{Z}_2}^\perp \mathbf{Z}_1)^{-1} \mathbf{Z}_1^H \mathbf{P}_{\mathbf{Z}_2}^\perp \mathbf{W} \mathbf{P}_{\mathbf{Z}_2}^\perp$$

式中: $\mathbf{W}$ 表示权矩阵; $\mathbf{P}_{\mathbf{Z}_2}^\perp$ 为正交投影矩阵, 满足 $\mathbf{P}_{\mathbf{Z}_2}^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{Z}_2 (\mathbf{Z}_2^H \mathbf{Z}_2)^{-1} \mathbf{Z}_2^H$; $(*)^H$ 表示共轭转置。由矩阵运算可知广义斜投影算子具有如下性质:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2} \mathbf{Z}_1 = \mathbf{Z}_1 \\ \mathbf{E}_{\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2} \mathbf{Z}_2 = \mathbf{0} \\ \mathbf{E}_{\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2} \mathbf{E}_{\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2} = \mathbf{E}_{\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2} \end{cases}$$

广义斜投影算子是斜投影算子的拓展形式, 通过合理设计能够实现在不同噪声背景下的干扰抑制^[16]。

2.3.2 广义斜投影极化滤波

根据多线性约束最小方差准则设计滤波权矢量 $\mathbf{W}_p$:

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{W}_p} \mathbf{W}_p^H \mathbf{R}_X \mathbf{W}_p \\ \text{s.t. } \begin{cases} \mathbf{W}_p^H \mathbf{A} = \mathbf{c}^H \\ \mathbf{W}_p^H \mathbf{G} = \mathbf{0} \end{cases} \end{cases} \quad (18)$$

式中: $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{G}$ 分别是目标和干扰的极化-空域联合阵列导向矢量; $\mathbf{c}$ 表示 K 维输出信号响应权矢量; $\mathbf{R}_X$ 表示阵列接收数据的协方差矩阵, 并满足

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_X &= E[\mathbf{X}(t) \mathbf{X}^H(t)] = \\ &= \mathbf{A} \mathbf{R}_A \mathbf{A}^H + \mathbf{G} \mathbf{R}_G \mathbf{G}^H + \mathbf{R}_N \end{aligned}$$

式中: $\mathbf{R}_A$ 、 $\mathbf{R}_G$ 和 $\mathbf{R}_N$ 分别代表目标信号、干扰信号和观测噪声的协方差矩阵。

利用拉格朗日法求解式 (18), 可得最佳滤波权矢量 $\mathbf{W}_{MP}$ 为

$$\mathbf{W}_{MP} = (\mathbf{A}^+ \mathbf{E}_{AG})^H \mathbf{c} \quad (19)$$

式中: $\mathbf{A}^+$ 表示目标导向矢量的广义逆, 有 $\mathbf{A}^+ = (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H$; $\mathbf{E}_{AG}$ 是广义斜投影算子, $\mathbf{E}_{AG} = \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{R}_X^{-1} \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{R}_X^{-1} \mathbf{P}_G^\perp$, $\mathbf{P}_G^\perp$ 为干扰正交投影算子, $\mathbf{P}_G^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{G} (\mathbf{G}^H \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^H$ 。经滤波后得到阵列加权数据为

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{W}_{MP}^H \mathbf{X}(t) = \mathbf{c}^H \mathbf{S}_A(t) + \mathbf{W}_{MP}^H \mathbf{N}(t) \quad (20)$$

式 (20) 表明, 所设计的基于广义斜投影算子的极化滤波器, 在理论上可以在实现干扰完全抑制的同时恢复出目标信号, 并可在一定程度上抑制噪声。

3 仿真实验

为验证本文方法的有效性, 分别做如下仿真实验。

(1) 实验1: 参数估计方法有效性验证, 直观展示参数估计效果。

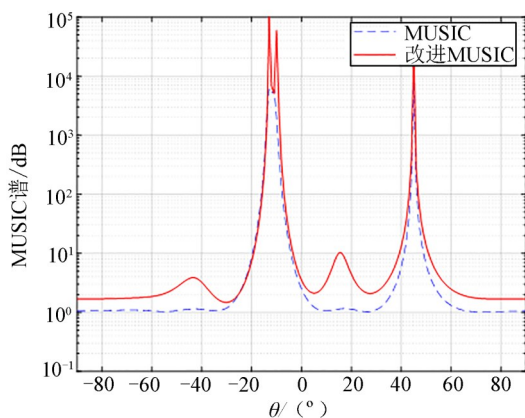
(2) 实验2: 与长矢量 MUSIC 算法、四元数 MUSIC 算法对比分析, 包括极化参数估计均方误差比较和计算复杂度分析。

(3) 实验3: 时域观测信号经过滤波器后的效果展示, 主要通过对比滤波前后的波形特征来验证抗干扰效果。

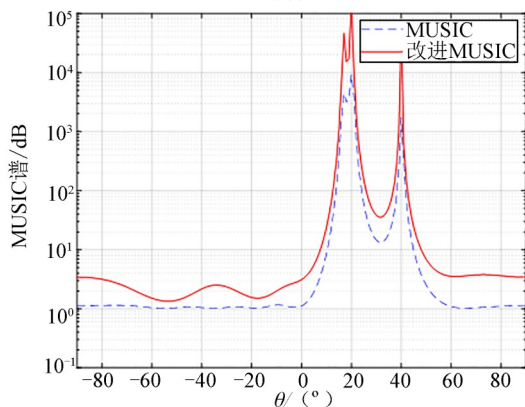
3.1 算法有效性验证

3.1.1 空域参数估计的有效性

通过将极化参数与空域参数四维参数估计问题解耦, 对只包含空域参数的改进 MUSIC 零谱函数进行谱峰搜索。采用均匀圆阵, 阵元数 $M=8$, 圆阵半径 $r=0.35$, 快拍数 $P=1024$, 信噪比皆设为 5 dB, 噪声为高斯白噪声, 入射信号参数设置如表 1 所示, 仿真结果如图 3 所示。



(a) 方位角估计效果对比



(b) 俯仰角估计效果对比

图 3 谱峰搜索空域参数

Fig. 3 Space domain parameters of spectral peak search

表 1 空域参数设置

Tab. 1 Setting of space domain parameters

信号编号	方位角/(°)	俯仰角/(°)
信号 1	45	40
信号 2	-13	20
信号 3	-10	15

由图 3 可知: 在低信噪比 5 dB 的条件下, MUSIC 算法无法分辨信号 2、3, 而改进算法可以有效搜索出信号 2、3 的峰值; 在信号间隔较小、空域角度接近的条件下, 改进 MUSIC 算法的分辨力要高于 MUSIC 算法。

3.1.2 极化参数估计的有效性

在利用改进 MUSIC 算法完成 DOA 估计的基础上, 通过相关性最大原则极化估计方法进行极化参数估计。阵元数 $M=8$ 的均匀圆阵, 圆阵半径 $r=0.35$, $P=1024$, 期望信号的空-极参数 $(\theta, \varphi, \gamma, \eta)$ 设置为 $(20, 10, 30, 10)$, 信噪比为 5 dB, 噪声为高斯白噪声, 设置 100 次蒙特卡洛实验, 极化参数的估计值与真实值对比如图 4 所示。

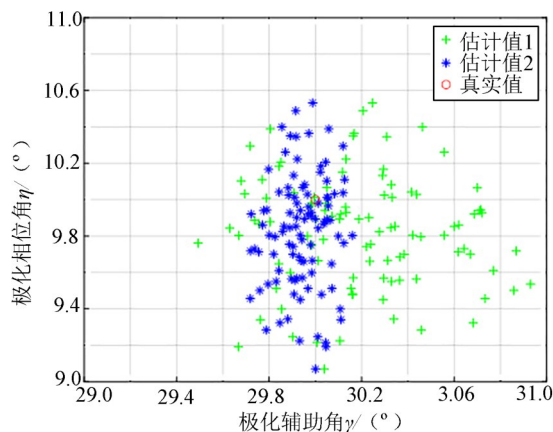


图 4 极化参数估计值与真实值对比
(100 次蒙特卡洛实验)

Fig. 4 Estimated and true values of polarization parameters (100 times Monte Carlo experiments)

通过图 3、4 可直观判断出采用改进 MUSIC 算法时参数估计值的有效性很强, 在空域参数估计中的优势明显。

3.2 算法性能分析

采用长矢量 MUSIC 算法 (Lv-MUSIC)、四元数 MUSIC 算法 (Q-MUSIC) 对空极参数的估计^[7]与本文方法进行对比, 包括复杂度分析以及误差分析。

3.2.1 计算复杂度分析

(1) DOA 参数搜索的计算量

在固定搜索步长后, 对于每一个搜索节点, Lv-MUSIC 算法需要计算谱函数 $\|\mathbf{V}_a^H(\theta, \phi, \gamma, \eta) \mathbf{U}_N\|^2$, 其计算量为 $3M(3M-D)$ 次复数乘法和 $(3M-D)$ 次复数求模 (每次复数求模相当于 3 次乘法运算和 1 次加法运算); Q-MUSIC 算法需要计算谱函数 $\|\mathbf{V}_a^H(\theta, \phi) \mathbf{U}_Q\|^2$, 其中 $\mathbf{U}_Q$ 为四元数矩阵, 其计算量为 $3M(3M-D)$ 次复数乘法和 $3(M-D)$ 次复数求模; 本文算法需要计算谱函数如式 (9), 其计算量为 $(3M+1)(M-D)$ 次复数乘法和 $3(M-D)$ 次复数求模。

(2) 极化参数搜索的计算量

Lv-MUSIC 算法由于采用的是四维搜索模式, 因此, 在每一搜索节点参数 (γ, η) 与参数 (θ, φ) 是共用计算量的; Q-MUSIC 算法无法直接得到参数 (γ, η) , 一般需要在搜索得到 DOA 参数 (θ, φ) 后, 二次搜索得到参数 (γ, η) , 其每个搜索节点运算量与 Lv-MUSIC 算法相同, 即为 $3M(M-D)$ 次复数乘法和 $3(M-D)$ 次复数求模; 对本文算法来说, 极化参数 (γ, η) 不需要通过搜索得到, 而是直接通过式 (16)、(17) 给出, 即每个搜索节点运算量约等于 0。

综上, 3 种算法的运算量可归纳为表 2。

表 2 3 种算法主要运算量对比

Tab. 2 Comparison of the main computational complexity of the three algorithms

算法	运算量		
	协方差矩阵求取 (每快拍数据)	参数 (θ, φ) 搜索	参数 (γ, η) 搜索
Lv-MUSIC 算法	$9M^2$ 次复数乘法	$3M(3M-D)$ 次复数乘法和 $(3M-D)$ 次复数求模	—
Q-MUSIC 算法	$9M^2$ 次复数乘法	$3M(M-D)$ 次复数乘法和 $3(M-D)$ 次复数求模	$3M(M-D)$ 次复数乘法和 $3(M-D)$ 次复数求模
本文方法	$9M^2$ 次复数乘法	$(3M+1)(M-D)$ 次复数乘法和 $3(M-D)$ 次复数求模	约等于 0

3.2.2 均方误差分析

在信噪比 0~40 dB 条件下进行各算法均方误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 比较。

定义极化辅助角 γ 均方误差和极化相位差 η 均方误差分别为

$$\text{RMSE}_\gamma = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\hat{\gamma}_{kn} - \gamma_k)^2}$$

$$\text{RMSE}_\eta = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\hat{\eta}_{kn} - \eta_k)^2}$$

式中: N 为蒙特卡洛实验次数; K 为信号源数目; $\hat{\gamma}_{kn}$ 、 γ_k 分别为第 n ($1 \leq n \leq N$) 次实验估计的第 k 个信号源极化辅助角的估计值和真实值; $\hat{\eta}_{kn}$ 、 η_k 分别为第 n 次实验估计的第 k 个信号源极化相位差的估计值和真实值。

均匀圆阵阵元数 $M=8$, 圆阵半径 $r=0.35$, $P=1024$, 噪声为高斯白噪声, 对信噪比在 0~40 dB 条件下进行各算法的均方误差比较。因空域参数估计方法均为谱峰搜索, 故本文主要针对极化参数估计误差进行对比分析。设置 1 000 次蒙特卡洛实验, 仿真结果如图 5、图 6 所示。

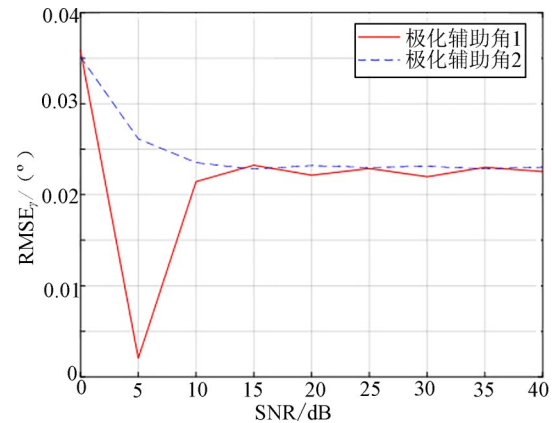


图 5 极化辅助角与 SNR 的关系曲线

Fig. 5 RMSE curves of polarization amplitude angle varying with SNR

从仿真结果可以看到, 2 个极化辅助角解的误差是不同的, 式 (16) 中第 2 个解的变化程度较为平稳, 但是在低信噪比条件下, 第 1 个解的误差又低于第 2 个显式解。故而在实际分析中, 应该选取适当的策略对其进行选择。而对于极化相位差的误差分析, 2 个解的误差是一致的: 在低信噪比条件下, 误差为 $0.04^\circ \sim 0.06^\circ$; 在高信噪比条件下, 误差趋于稳定, 大约为 0.04° 。

现将本文极化参数估计方法与 Lv-MUSIC、

Q-MUSIC算法进行均方误差比较,此处采用误差起伏小的极化辅助角2及其对应的极化相位差,结果如图7、图8所示。

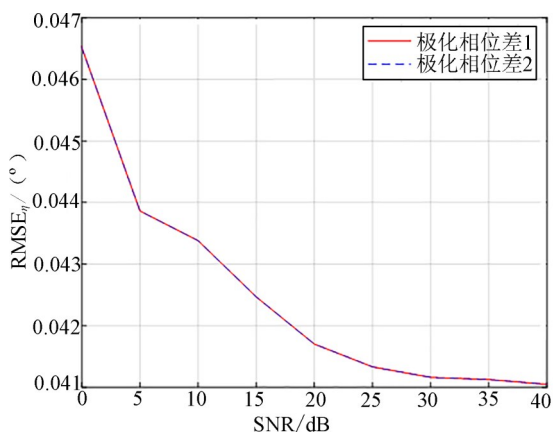


图 6 极化相位差与 SNR 的关系曲线

Fig. 6 RMSE curves of polarization phase angle varying with SNR

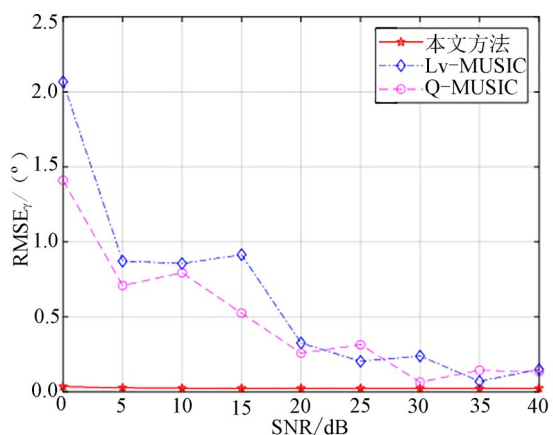


图 7 极化辅助角 RMSE 对比

Fig. 7 Comparison of RMSE of the polarization amplitude angle

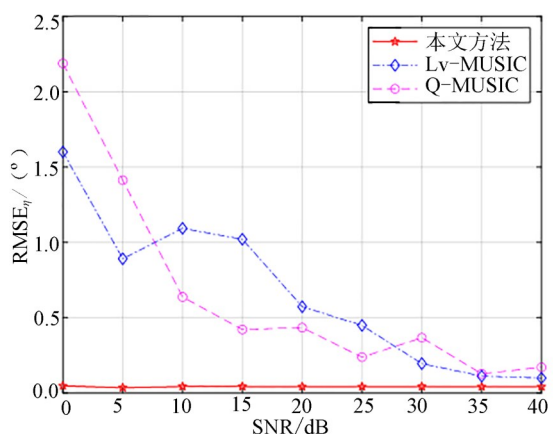


图 8 极化相位差 RMSE 对比

Fig. 8 Comparison of RMSE of the polarization phase angle

分析仿真结果可知,随着信噪比的增加,3种方法误差逐渐减小,但在信噪比变化区间0~40 dB内本文方法误差始终要明显小于Lv-MUSIC、Q-MUSIC算法。

3.3 滤波器效果分析

期望信号与干扰信号皆选用线性调频信号,期望信号与干扰信号的调频率都为 4π ,复包络幅度的大小一致,期望信号与干扰信号参数 $(\theta, \varphi, \gamma, \eta)$ 设置分别为 $(20, 10, 30, 10)$ 和 $(20, 10, 5, 60)$ 。可知干扰在空域上与期望信号对准,是主瓣干扰类型。噪声为高斯白噪声,期望信号与干扰信号经过广义斜投影滤波器前后的响应如图9、图10所示。

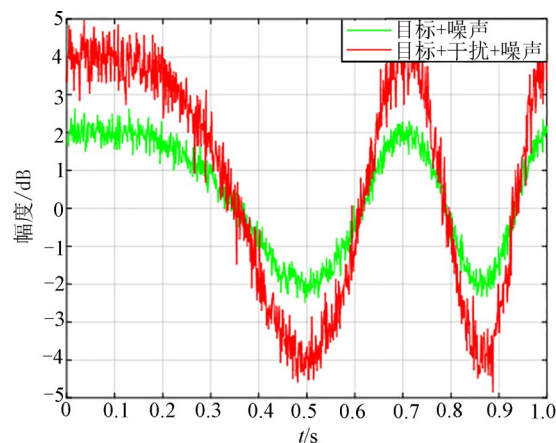


图 9 入射信号滤波前波形

Fig. 9 Waveform of the incident signal before filtering

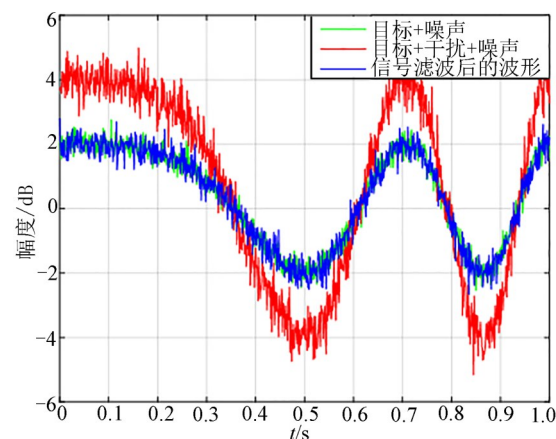


图 10 入射信号滤波后波形

Fig. 10 Waveform of the incident signal after filtering

由仿真结果可得:混合信号在滤波之前叠加在一起,完全无法分辨,造成目标信号识别困难,经过滤波器响应后,干扰信号被完全滤除,并且保留了期望信号的幅度信息、相位信息。表明在

经过广义斜投影滤波后, 不影响其他干扰滤除的过程。

4 结论

针对主瓣干扰问题, 本文将参数估计问题解耦, 利用基于重构协方差矩阵的改进 MUSIC 算法估计空域参数, 确定主瓣干扰信号; 运用相关性最大准则求解了均匀圆阵下极化参数估计的解并设计广义斜投影滤波器滤除干扰信号。该方法可应用于雷达系统对主瓣干扰的抑制, 提升探测系统适应复杂电磁环境的能力。

参考文献:

- [1] PENG F, WU J, WANG S, et al. An anti-main-lobe jamming algorithm for airborne early warning radar based on APC-SVRGD joint optimization[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2022, 33(1): 134-143.
- [2] 代大海, 廖斌, 肖顺平, 等. 雷达极化信息获取与处理的研究进展[J]. *雷达学报*, 2016, 5(2): 143-155.
DAI D H, LIAO B, XIAO S P, et al. Advancements on radar polarization information acquisition and processing[J]. *Journal of Radars*, 2016, 5(2): 143-155.
- [3] 施龙飞, 任博, 马佳智, 等. 雷达极化抗干扰技术进展[J]. *现代雷达*, 2016, 38(4), 1-7, 29.
SHI L F, REN B, MA J Z, et al. Recent developments of radar anti-interference techniques with Polarimetry[J]. *Modern Radar*, 2016, 38(4), 1-7, 29.
- [4] 毛兴鹏, 刘爱军, 邓维波, 等. 斜投影极化滤波器[J]. *电子学报*, 2010, 38(9): 2003-2008.
MAO X P, LIU A J, DENG W B, et al. An oblique projecting polarization filter[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2010, 38(9): 2003-2008.
- [5] ZHANG Q Y, CAO B, WANG J, et al. Polarization filtering technique based on oblique projections[J]. *Science China Information Sciences*, 2010 (5): 1056-1066.
- [6] 侯慧军, 毛兴鹏, 刘爱军. 不同噪声背景下基于广义斜投影算子的滤波方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2013, 35(4): 713-719.
HOU H J, MAO X P, LIU A J. Filtering approach based on generalized oblique projection operators under different contaminating noises[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2013, 35(4): 713-719.
- [7] 张远芳. 极化域-空域联合的参数估计和干扰抑制方法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2016: 11-16.
ZHANG Y F. Research on joint parameters estimation and interference suppression in both polarization and space domains[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2016: 11-16.
- [8] HUANG J G, SHI Y W, TAO J W. Joint estimation of DOA, frequency, and polarization based on cumulants and UCA[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2007, 18(4): 704-709.
- [9] 杨书宁, 杨仲平, 张剑云, 等. 基于稀疏重构的空域-极化域联合抗主瓣干扰方法[J]. *信号处理*, 2022, 38(2): 401-409.
YANG S N, YANG Z P, ZHANG J Y, et al. Space-polarization domain combined anti-main lobe jamming method based on sparse reconstruction[J]. *Journal of Signal Processing*, 2022, 38(2): 401-409.
- [10] 时春鹏, 何华锋, 何耀民, 等. 基于均匀圆阵矢量传感器的DOA和极化参数联合估计[J/OL]. *北京航空航天大学学报*: 1-16[2023-12-03]. <https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0390>.
SHI C P, HE H F, HE Y M, et al. Joint estimation of DOA and polarization parameters based on uniform circle array with vector sensor[J/OL]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*: 1-16[2023-12-03]. <https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2022.0390>.
- [11] HE Z C, TIAN Z, ZHOU M, et al. DOA estimation method for polarization sensitive circular array based on reduced-dimensional MUSIC[C]//2022 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC-URSI Radio Science Meeting. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2022: 427-428.
- [12] 王桂宝. 圆形极化阵列到达角和极化参数估计[J]. *北京邮电大学学报*, 2016, 39(2): 69-72.
WANG G B. Direction of arrival and polarization estimation with a polarized circular array[J]. *Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications*, 2016, 39(2): 69-72.
- [13] 李会勇, 张远芳, 谢菊兰. 极化敏感线阵的模值约束降维Root-MUSIC算法[J]. *信号处理*, 2016, 32(2): 173-178.
LI H Y, ZHANG Y F, XIE J L. A reduced-dimensional root-MUSIC algorithm with the modulus constraint based on polarization sensitive linear array[J]. *Journal of Signal Processing*, 2016, 32

- (2): 173-178.
- [14] 马慧慧, 陶海红. 基于重采样的 COLD 阵列波达方向和极化参数联合估计[J]. 北京理工大学学报, 2020, 40(11): 1216-1222.
- MA H H, TAO H H. Joint DOA and polarization parameter estimation of COLD sensors based on resampling technique[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2020, 40(11): 1216-1222.
- [15] 张贤达. 信号处理中的线性代数[M]. 北京: 科学出版社, 1997: 27-31.
- [16] 王栗沅, 何华锋, 何耀民, 等. 基于 SVT 的广义斜投影三维极化滤波方法[J/OL]. 北京航空航天大学学报: 1-15[2023-12-03]. <https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2023.0019>.
- WANG L Y, HE H F, HE Y M, et al. Three-dimensional polarization filtering method of generalized oblique projection based on SVT[J/OL]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics: 1-15[2023-12-03]. <https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2023.0019>.

本刊被互联网数据库收录的公告

为适应新时代信息传播的规律和特点, 促进学术研究成果在更广范围内交融渗透, 学报从 2024 年第 1 期开始, 正式被中国知网 (CNKI CAJD)、万方中国学术期刊 (Wanfang CSPD)、中国科技论文与引文 (CSTPCD)、维普中文期刊 (VIP CJD)、超星期刊 (CXJD)、长江文库等互联网数据库收录。

为提升学报刊登论文的专业性、权威性、实践性, 诚邀您或您的团队撰写学术论文。本刊针对热点前沿问题开设专题, 相关文章将以专栏或专刊形式刊发, 稿酬优厚, 并可为作者及其研究团队研究成果进行宣传和推广。

投稿方式

军网网址: <http://xb.epgc.mtn>

电子邮箱: depbxb@126.com

联系电话: 029-84744009

通信地址: 陕西省西安市灞桥区同心路 2 号学报编辑部

邮政编码: 710025

《火箭军工程大学学报》编辑部