

DOI: 10.20189/j.cnki.CN/61-1527/E.202504004

不依赖速度信息的无人机群固定时间编队控制

高 涛¹, 李 冰², 王 成¹, 黄 娜³, 席建祥^{1*}, 刘逸力¹

(1. 火箭军工程大学, 西安 710025;

2. 火箭军装备部驻绵阳地区第一军事代表室, 绵阳 621900;

3. 95865 部队, 北京 102218)

摘 要: 针对速度信息不可测的固定翼无人机编队控制问题, 提出一种不依赖于速度信息的分布式固定时间无人机编队控制方法。首先, 由于只有部分跟随者可直接获取虚拟领航者的状态信息, 因此为每个跟随者设计了一种分布式状态观测器, 以实现对虚拟领航者状态信息的精准估计, 同时保证估计误差在固定时间内收敛; 其次, 设计了一种固定时间速度观测器, 以估计跟随者自身的真实速度信息, 并确保速度估计误差在固定时间内收敛; 在此基础上, 基于分布式状态观测器与速度观测器的输出值, 设计了一种固定时间非奇异快速终端滑模面, 进一步提出一种不依赖于速度信息的固定时间滑模控制方法, 以确保跟随者在固定时间内跟踪虚拟领航者产生的期望轨迹; 最后, 通过固定时间理论, 严格证明了系统全局固定时间收敛特性及其稳定性。结果表明, 所提方法可在无速度反馈条件下实现无人机群固定时间编队控制。

关键词: 固定翼无人机群; 编队控制; 固定时间控制; 速度观测器; 分布式控制

中图分类号: V249

文献标志码: A

文章编号: 2097-2741(2025)04-032-10

Fixed-Time Formation Control for Unmanned Aerial Vehicle Swarms without Velocity Measurements

GAO Tao¹, LI Bing², WANG Cheng¹, HUANG Na³,
XI Jianxiang^{1*}, LIU Yili¹

(1. Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China;

2. First Military Representative Office of the Rocket Army Equipment Department in Mianyang, Mianyang 621900, China;

3. Troops No.95865, Beijing 102218, China)

ABSTRACT: A distributed fixed-time formation control method without velocity feedback was proposed to address the problems of fixed-wing unmanned aerial vehicle (UAV) formation control with unmeasurable velocity information. First, because only a subset of followers could directly access the state information of the virtual leader, a distributed state observer was designed for

收稿日期: 2025-04-23

修回日期: 2025-05-21

录用日期: 2025-06-11

基金项目: 国家自然科学基金 (62176263)

第一作者: 高涛 (2001—), 男, 硕士研究生, 主要从事有限时间稳定、编队控制研究。E-mail: g3178106@163.com

*通信作者: 席建祥 (1981—), 男, 教授, 主要从事群系统协同控制、无人集群反制研究。E-mail: xijx07@mails.tsinghua.edu.cn

引用格式: 高涛, 李冰, 王成, 等. 不依赖速度信息的无人机群固定时间编队控制[J]. 火箭军工程大学学报, 2025, 39 (4): 32-41. GAO Tao, LI Bing, WANG Cheng, et al. Fixed-time formation control for unmanned aerial vehicle swarms without velocity measurements [J]. Journal of Rocket Force University of Engineering, 2025, 39 (4): 32-41.

each follower. It aimed to accurately estimate the state information of the virtual leader, while ensuring that the estimation errors converge within a fixed time. Second, a fixed-time velocity observer was designed to estimate the actual velocity of the follower, and ensure that the velocity estimation errors converge within a fixed time. A fixed-time non-singular fast terminal sliding mode surface was constructed based on the output information from the distributed state and velocity observers. Furthermore, a fixed-time sliding mode control method without velocity information was proposed to ensure that the followers accurately track the desired trajectory generated by the virtual leader within a fixed time. Finally, the global fixed-time convergence property and stability of the system were rigorously proven based on the theory of fixed-time stability. The simulation results demonstrate that the proposed method can effectively realize fixed-time formation control of UAV swarms without velocity feedback.

KEYWORDS: fixed-wing UAV swarm; formation control; fixed-time control; velocity observer; distributed control

随着低空经济的快速崛起, 无人机集群编队控制作为智能无人系统领域的核心技术之一, 正推动着现代航空技术的革新发展。无人机编队凭借其空间覆盖广、任务适应性强的特点, 在军事侦察和战术支援等领域展现出显著优势, 其编队控制问题已成为无人系统研究的热点方向。传统控制方法多依赖于精确的速度反馈, 而在实际场景中速度传感器可能因硬件故障或信号干扰而无法可靠工作。如何在缺乏速度信息的条件下实现分布式无人机群的稳定编队控制, 加快系统收敛速度, 成为亟待解决的难题。

目前, 现有的无人机编队控制方法主要包含3类, 分别为领航跟随法^[1]、虚拟结构法^[2]和人工势场法^[3]。其中, 领航跟随法简单易行, 但鲁棒性不足; 虚拟结构法控制精度高, 但对通信要求较高且需耗费较多的计算资源, 抗干扰性能差; 人工势场法因计算复杂程度高, 从而限制了其进一步推广应用。易国等^[4]基于领航跟随法, 利用虚拟领航者替代实体节点, 在提升系统鲁棒性的同时, 摆脱了对固定物理领航者的依赖, 从而增强了编队控制的灵活性。然而, 该方法仅能实现渐近稳定收敛, 收敛速度较为缓慢。为进一步提升其收敛速度, 基于有限时间稳定理论的控制方法受到学者们的广泛关注^[5-8], 然而该方法的收敛时间与系统初始状态有关, 若初始状态过大, 将会导致其收敛时间变长。为解决收敛时间受初始状态影响较大的问题, 在有限时间控制理论的基础上, 提出了固定时间控制理论^[9-11], 并将其应用于无人机的编队控制中。郑伟铭等^[12]针对未知扰动的影响, 提出一种分层控制方法, 实现了无人机

群固定时间抗干扰编队控制, 但未涉及故障条件下的无人机编队控制问题。

故障问题一般分为执行器故障与传感器故障, 当执行器存在故障时, 将导致控制器输出失效或执行力下降。针对执行器故障问题, Zhou等^[13]提出一种自适应固定时间容错控制方法, 实现了状态约束下的固定翼无人机控制, 但仅实现了对单个无人机的控制, 并未将其扩展至无人机的编队控制。在此基础上, Meng等^[14]提出一种固定时间分布式优化编队控制方法, 解决了固定翼无人机通信链路和执行器故障以及性能约束的问题。然而, 上述文献均假设无人机可精确获取自身及相邻无人机的速度信息, 并未考虑当实际系统中速度传感器存在故障时的情况。不同于执行器故障问题, 速度传感器的故障则会引发控制协议中的状态信息缺失, 将直接导致控制协议失效。基于此, Liang等^[15]设计了一种自适应观测器来估计移动机器人的速度信息, 但收敛速度较为缓慢。为提升算法的收敛速度, Zhao等^[16]设计了一种有限时间扩展状态观测器来估计系统的扰动与速度, 但收敛时间受初始状态影响显著。文献[17]和[18]均设计了一种扩展状态观测器, 实现了对速度信息的快速估计, 且误差能够在固定时间内收敛, 但并未将其扩展至无人机编队控制问题中。

针对上述问题, 本文基于领航跟随法, 提出一种无速度信息的分布式无人机群编队分层控制方法。首先, 考虑到各无人机之间的局部通信交互, 设计了一种固定时间收敛的分布式状态观测器; 其次, 为解决跟随者速度信息未知的问题, 设计了一种固定时间收敛的速度观测器; 最后,

在此基础上设计了一种固定时间跟踪控制方法, 使各无人机的跟踪误差能够快速收敛。

1 理论基础及问题描述

1.1 图论

固定翼无人机集群的通信拓扑可通过图论进行数学表示。假设存在 1 个虚拟领航者与 N 个跟随者, 定义跟随者间的拓扑结构为无向图 $G = (R, E, A)$ 。其中, $R = \{R_1, R_2, \dots, R_N\}$ 表示 N 架无人机的集合; E 表示通信拓扑中边的集合, $(R_i, R_j) \in E$ 表示无人机 j 到无人机 i 的通信链路; $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 表示图的邻接矩阵。如果 $(R_i, R_j) \in E$, 那么 $a_{ij} = 1$, 否则 $a_{ij} = 0$ 。令 $L = [l_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 表示图 G 的 Laplacian 矩阵, 如果 $i \neq j$, 则 $l_{ij} = -a_{ij}$, 否则 $l_{ii} = \sum_{j=1}^N a_{ij}$ 。对于无向图 G , $a_{ij} = a_{ji}$ 。如果在图 G 中任意 2 个节点都存在一条路径, 那么称图 G 是连通的。定义矩阵 $B = \text{diag}(b_1, b_2, \dots, b_N)$, 表示虚拟领航者与跟随者之间的通信链路, 如果第 i 个跟随者能够获取虚拟领航者的信息, 那么 $b_i = 1$, 反之 $b_i = 0$ 。对于无向图 G , 令矩阵 $H = L + B$, 则 H 为对称正定矩阵。

1.2 相关引理

设非线性系统为

$$\dot{x} = f(x), x(0) = x_0 \quad (1)$$

式中: x 为系统状态; $f(\cdot)$ 为非线性函数; x_0 为系统初始状态。

引理 1^[19] 针对非线性系统(1), 如果存在李雅普诺夫函数 $V(x)$ 满足以下条件

$$\dot{V}(x) \leq -\alpha V^h(x) - \beta V^q(x) \quad (2)$$

则称系统在原点处是全局固定时间稳定的, 稳定时间为

$$T \leq \frac{1}{\alpha(h-1)} + \frac{1}{\beta(1-q)} \quad (3)$$

式中: $\alpha > 0$; $\beta > 0$; $h > 1$; $0 < q < 1$ 。

引理 2^[20] 对于任意 $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n \geq 0$, 存在正常数 ϖ , 满足以下不等式

$$\begin{cases} \sum_{c=1}^n \gamma_c^\varpi \geq \left(\sum_{c=1}^n \gamma_c \right)^\varpi, 0 < \varpi \leq 1 \\ \sum_{c=1}^n \gamma_c^\varpi \geq n^{1-\varpi} \left(\sum_{c=1}^n \gamma_c \right)^\varpi, 1 < \varpi < \infty \end{cases} \quad (4)$$

定义 1 对于矩阵 $K = [K_1, K_2, K_3]^T$, 定义函数

$\text{sig}^{C_0}(K)$ 为

$$\text{sig}^{C_0}(K) = [|K_1|^{C_0} \text{sgn}(K_1), |K_2|^{C_0} \text{sgn}(K_2), |K_3|^{C_0} \text{sgn}(K_3)]^T \quad (5)$$

式中: C_0 为正常数。同时, 定义 $\text{sgn}(K) = [\text{sgn}(K_1), \text{sgn}(K_2), \text{sgn}(K_3)]^T$ 。

引理 3^[21] 对于 n 阶系统有

$$\dot{w}_c = \begin{cases} w_{c+1} - \xi_c \text{sig}^{\phi_c}(w_1) - \zeta_c \text{sig}^{\theta_c}(w_1), & c = 1, 2, \dots, n-1 \\ -\xi_c \text{sig}^{\phi_c}(w_1) - \zeta_c \text{sig}^{\theta_c}(w_1), & c = n \end{cases} \quad (6)$$

式中: $0 < \phi_c < 1$; $\theta_c > 1$; $\phi_c = c\bar{\alpha} - c + 1$; $\theta_c = c\bar{\beta} - c + 1$; $\bar{\alpha} \in (1 - \varepsilon, 1)$; $\bar{\beta} \in (1 + \tau, +\infty)$; $\varepsilon > 0$ 与 $\tau > 0$ 为足够小的常数。如果参数 ζ_c 和 ξ_c 可满足矩阵 P_1 、 P_2 是 Hurwitz 矩阵, 那么称系统是固定时间稳定的, 即

$$P_1 = \begin{bmatrix} -\zeta_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -\zeta_2 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\zeta_{n-1} & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -\zeta_n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad P_2 = \begin{bmatrix} -\xi_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -\xi_2 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\xi_{n-1} & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -\xi_n & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

1.3 问题描述及控制目标

假设推力方向与速度矢量方向一致, 在惯性坐标系中, 固定翼无人机的运动学方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i \cos \gamma'_i \cos \psi_i \\ \dot{y}_i = v_i \cos \gamma'_i \sin \psi_i \\ \dot{z}_i = v_i \sin \gamma'_i \end{cases} \quad (8)$$

式中: i 为无人机的编号; (x_i, y_i, z_i) 为无人机的位置; v_i 为无人机的速度; γ'_i 、 ψ_i 分别为无人机的飞行路径角和航向角。

无人机的动力学方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{v}_i = \frac{F_i - D_i}{M_i} - g \sin \gamma'_i \\ \dot{\gamma}_i = \frac{L_i \cos \varphi_i}{M_i v_i} - \frac{g \cos \gamma'_i}{v_i} \\ \dot{\psi}_i = \frac{L_i \sin \varphi_i}{M_i v_i \cos \gamma'_i} \end{cases} \quad (9)$$

式中: F_i 为推力; φ_i 为倾侧角; M_i 为无人机的质量; L_i 和 D_i 分别为无人机受到的升力与阻力; g 为重力加速度。

利用反馈线性化方法, 可将式(8)与式(9)转化为

$$\begin{cases} \dot{p}_i = v_i \\ \dot{v}_i = u_i \end{cases} \quad (10)$$

式中: $p_i = [x_i, y_i, z_i]^T$, $v_i = [\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i]^T$, $u_i = [a_{xi}, a_{yi}, a_{zi}]^T$ 为虚拟控制量, 具体过程可参考文献[22]。假设跟随者动力学模型由式(8)表示, 虚拟领航者动力学模型可表示为

$$\begin{cases} \dot{p}_0 = v_0 \\ \dot{v}_0 = u_0 \end{cases} \quad (11)$$

假设存在 1 个虚拟领航者和 N 个跟随者, 为实现速度不可测量情况下的无人机群固定时间编队飞行控制, 根据式(10)与式(11), 定义跟随者与虚拟领航者之间的编队向量为 Δ_i , 则本文的控制目标可表示为

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow T_F} \|p_i(t) - p_0(t) - \Delta_i\|_2 \leq \eta \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \|p_i(t) - p_0(t) - \Delta_i\|_2 = 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (12)$$

式中: η 为任意给定的正常数; T_F 为系统稳定时间上界。

假设 1 假设虚拟领航者的输入是有界的, 存在正常数 C_1 , 满足 $\|u_0\|_1 \leq C_1$ 。

假设 2 每个跟随者至少存在一条有效通信链路来获取虚拟领航者的状态信息。

2 分布式固定时间编队控制方法

本节首先设计一种分布式固定时间状态观测器, 以快速估计虚拟领航者的状态信息; 然后, 进一步提出一种固定时间速度观测器, 以实时估计跟随者的实际速度; 最后, 结合状态观测器与速度观测器的输出, 提出一种固定时间收敛的编队控制算法, 其框架结构如图 1 所示。

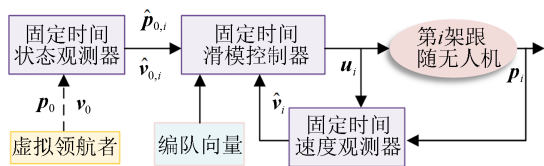


图 1 固定翼无人机编队控制框架

Fig. 1 Framework of fixed-wing UAV formation control

2.1 分布式固定时间状态观测器

为解决观测器收敛时间依赖于初始系统状态值的问题, 引入固定时间稳定理论, 并设计固定时间状态观测器以加快收敛速度。由于通信拓扑之间信息交换与控制输入无关, 根据无人机系统模型(如式(10)所示), 以无人机间状态估计之差 e_{p_i} 和 e_{v_i} 为输入, 为每个无人机设计位置观测器与速度观测器, 并分别引入非线性反馈项 $-\alpha_1 \cdot \text{sig}^{h_1}(e_{p_i}) - \alpha_2 \text{sig}^{q_1}(e_{p_i})$ 与 $-\alpha_1 \text{sig}^{h_1}(e_{v_i}) - \alpha_2 \text{sig}^{q_1}(e_{v_i})$, 通过设计观测器增益使其满足引理 1, 进而实现固定时间收敛。因此, 本文设计如下分布式状态观测器, 即

$$\begin{cases} \dot{\hat{p}}_{0,i} = -\alpha_1 \text{sig}^{h_1}(e_{p_i}) - \alpha_2 \text{sig}^{q_1}(e_{p_i}) + \hat{v}_{0,i} \\ \dot{\hat{v}}_{0,i} = -\alpha_1 \text{sig}^{h_1}(e_{v_i}) - \alpha_2 \text{sig}^{q_1}(e_{v_i}) - \alpha_3 \text{sgn}(e_{v_i}) \end{cases} \quad (13)$$

式中: $e_{p_i} = \sum_{j=1}^N a_{ij} (\hat{p}_{0,i} - \hat{p}_{0,j}) + b_i (\hat{p}_{0,i} - p_0)$; $e_{v_i} = \sum_{j=1}^N a_{ij} (\hat{v}_{0,i} - \hat{v}_{0,j}) + b_i (\hat{v}_{0,i} - v_0)$; $\hat{p}_{0,i}$ 为第 i 个跟随者对虚拟领航者位置信息的估计值; $\hat{v}_{0,i}$ 为第 i 个跟随者对虚拟领航者速度信息的估计值。观测器增益满足 $\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 > 0$, $\alpha_3 \geq C_1$, $h_1 > 1$, $0 < q_1 < 1$ 。

定理 1 若假设 1 与假设 2 成立, 在分布式固定时间状态观测器的作用下, $\hat{p}_{0,i}$ 与 $\hat{v}_{0,i}$ 将在固定时间 $T_o = T_{o1} + T_{o2}$ 内收敛至 p_0 与 v_0 , T_{o1} 与 T_{o2} 的计算方式如下

$$T_{o1} = T_{o2} = \frac{2}{\tilde{\alpha}_1(h_1 - 1)} + \frac{2}{\tilde{\alpha}_2(1 - q_1)} \quad (14)$$

其中, $\tilde{\alpha}_1$ 和 $\tilde{\alpha}_2$ 分别为

$$\begin{cases} \tilde{\alpha}_1 = \alpha_1 (3N)^{\frac{1-h_1}{2}} (2\lambda_{\min}(H))^{\frac{1+h_1}{2}} \\ \tilde{\alpha}_2 = \alpha_2 (2\lambda_{\min}(H))^{\frac{1+q_1}{2}} \end{cases} \quad (15)$$

式中: $\lambda_{\min}(H)$ 为矩阵 H 的最小特征值。

证明: 对于第 i 架跟随无人机, 定义速度估计误差为 $\tilde{e}_{v_i} = \hat{v}_{0,i} - v_0$, 令 $\tilde{e}_2 = [\tilde{e}_{v_1}^T, \tilde{e}_{v_2}^T, \dots, \tilde{e}_{v_N}^T]^T$, $\hat{v}_0 = [\hat{v}_{0,1}^T, \hat{v}_{0,2}^T, \dots, \hat{v}_{0,N}^T]^T$, $p_{3N \times 1} = (H \otimes I_3) \tilde{e}_2$, 则

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{e}}_2 &= -\alpha_1 \text{sig}^{h_1}((H \otimes I_3) \tilde{e}_2) - \alpha_2 \text{sig}^{q_1}((H \otimes I_3) \tilde{e}_2) - \\ &\quad \alpha_3 \text{sgn}((H \otimes I_3) \tilde{e}_2) - \mathbf{1}_{N \times 1} \otimes \dot{v}_0 = \\ &\quad -\alpha_1 \text{sig}^{h_1}(p) - \alpha_2 \text{sig}^{q_1}(p) - \alpha_3 \text{sgn}(p) - \\ &\quad \mathbf{1}_{N \times 1} \otimes \dot{v}_0 \end{aligned} \quad (16)$$

式中: 符号 $\otimes$ 表示 Kronecker 积; $\mathbf{1}_{N \times 1} = [1, \dots, 1]^T$ 。

针对式(16), 构建李雅普诺夫函数

$$V_1 = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{e}}_2^T (\mathbf{H} \otimes \mathbf{I}_3) \tilde{\mathbf{e}}_2 \quad (17)$$

令 ρ_{im} 表示矩阵 ρ 中的第 $i \times m$ 个元素, $m \in \{1, 2, 3\}$ 。对式(17)求导, 则有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & - \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^3 \rho_{im} [\alpha_1 \operatorname{sgn}(\rho_{im}) |\rho_{im}|^{h_1} + \\ & \alpha_2 \operatorname{sgn}(\rho_{im}) |\rho_{im}|^{q_1}] - \alpha_3 \|\rho\|_1 - \rho^T (\mathbf{1}_{N \times 1} \otimes \dot{\mathbf{v}}_0) \leq \\ & - \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^3 (\alpha_1 |\rho_{im}|^{h_1+1} + \alpha_2 |\rho_{im}|^{q_1+1}) - \\ & (\alpha_3 \|\rho\|_1 - C_1 \|\rho\|_1) \leq \\ & - \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^3 (\alpha_1 |\rho_{im}|^{h_1+1} + \alpha_2 |\rho_{im}|^{q_1+1}) \leq \\ & - \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^3 \left[\alpha_1 (\rho_{im}^2)^{\frac{1+h_1}{2}} + \alpha_2 (\rho_{im}^2)^{\frac{1+q_1}{2}} \right] \end{aligned} \quad (18)$$

由引理 2 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & -\alpha_1 (3N)^{\frac{1-h_1}{2}} \left(\sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^3 \rho_{im}^2 \right)^{\frac{1+h_1}{2}} - \\ & \alpha_2 \left(\sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^3 \rho_{im}^2 \right)^{\frac{1+q_1}{2}} \end{aligned} \quad (19)$$

由于 $\sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^3 \rho_{im}^2 = \tilde{\mathbf{e}}_2^T \tilde{\mathbf{e}}_2 \geq 2\lambda_{\min}(\mathbf{H}) V_1$, 进而有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & -\alpha_1 (3N)^{\frac{1-h_1}{2}} (2\lambda_{\min}(\mathbf{H}))^{\frac{1+h_1}{2}} V_1^{\frac{1+h_1}{2}} - \\ & \alpha_2 (2\lambda_{\min}(\mathbf{H}))^{\frac{1+q_1}{2}} V_1^{\frac{1+q_1}{2}} \leq \\ & -\tilde{\alpha}_1 V_1^{\frac{1+h_1}{2}} - \tilde{\alpha}_2 V_1^{\frac{1+q_1}{2}} \end{aligned} \quad (20)$$

根据引理 1, $\tilde{\mathbf{e}}_{v_i}$ 在原点处是固定时间稳定的, 即当 $t > T_{o1}$ 时, $\hat{\mathbf{v}}_{0,i} = \mathbf{v}_0$, 则位置观测器可以重新表述为

$$\dot{\hat{\mathbf{p}}}_{0,i} = -\alpha_1 \operatorname{sig}^{h_1}(\mathbf{e}_{p_i}) - \alpha_2 \operatorname{sig}^{q_1}(\mathbf{e}_{p_i}) \quad (21)$$

令 $\tilde{\mathbf{e}}_{p_i} = \hat{\mathbf{p}}_{0,i} - \hat{\mathbf{p}}_0$, $\tilde{\mathbf{e}}_1 = [\tilde{\mathbf{e}}_{p_1}^T, \tilde{\mathbf{e}}_{p_2}^T, \dots, \tilde{\mathbf{e}}_{p_N}^T]^T$ 。同理, 设计同类型的李雅普诺夫函数, 即可证明当 $t > T_o = T_{o1} + T_{o2}$ 时, $\hat{\mathbf{p}}_{0,i}$ 将收敛至 $\mathbf{p}_0$ 。此时, 所有跟随者可精确估计虚拟领航者的位置与速度信息。

2.2 固定时间速度观测器

由于跟随者没有速度信息的反馈, 因此需要为每个跟随者设计速度观测器来实现跟随者对自身速度信息的快速重构。传统状态观测器通过复制系统模型并引入误差反馈项来对速度进行估计, 但仅能保证渐近或有限时间稳定。为实现固定时间收敛, 通过复制无人机系统模型(如式(11)所示), 以位置估计误差为输入, 同时引入非线性反馈项, 为每个跟随者设计如下固定时间速度观测器, 即

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{p}}}_i = \hat{\mathbf{v}}_i + \mu_1 \operatorname{sig}^{h_2}(\mathbf{p}_i - \hat{\mathbf{p}}_i) + \varepsilon_1 \operatorname{sig}^{q_2}(\mathbf{p}_i - \hat{\mathbf{p}}_i) \\ \dot{\hat{\mathbf{v}}}_i = \mathbf{u}_i + \mu_2 \operatorname{sig}^{h_3}(\mathbf{p}_i - \hat{\mathbf{p}}_i) + \varepsilon_2 \operatorname{sig}^{q_3}(\mathbf{p}_i - \hat{\mathbf{p}}_i) \end{cases} \quad (22)$$

式中: $\hat{\mathbf{p}}_i$ 、 $\hat{\mathbf{v}}_i$ 分别为 $\mathbf{p}_i$ 与 $\mathbf{v}_i$ 的估计值; h_2 、 h_3 、 q_2 、 q_3 、 ε_1 、 ε_2 、 μ_1 和 μ_2 等的设置满足引理 3。

定义位置估计误差与速度估计误差为

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{e}}_{p_i}' = \mathbf{p}_i - \hat{\mathbf{p}}_i \\ \tilde{\mathbf{e}}_{v_i}' = \mathbf{v}_i - \hat{\mathbf{v}}_i \end{cases} \quad (23)$$

定理 2 在固定时间速度观测器(如式(22)所示)的作用下, 速度估计误差 $\tilde{\mathbf{e}}_{v_i}'$ 将在固定时间 T_e 内收敛, 即估计误差可在固定时间内收敛为 0, T_e 的计算公式为

$$T_e \leq \frac{\lambda_{\max}(\Omega_1)}{\kappa_1 \vartheta} + \frac{1}{\kappa_2 \Gamma \omega} \quad (24)$$

式中: $\kappa_1 = \lambda_{\min}(\mathbf{Q}_1) / \lambda_{\max}(\Omega_1)$; $\kappa_2 = \lambda_{\min}(\mathbf{Q}_2) / \lambda_{\max}(\Omega_2)$; 正常数 $\omega \leq \lambda_{\min}(\Omega_2)$, $\vartheta = 1 - \bar{\alpha}$, $\Gamma = \bar{\beta} - 1$ 。 $\mathbf{Q}_1$ 、 $\mathbf{Q}_2$ 、 Ω_1 、 Ω_2 为对称的非奇异正定矩阵, 且满足 $\Omega_1 \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1^T \Omega_1 = -\mathbf{Q}_1$, $\Omega_2 \mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_2^T \Omega_2 = -\mathbf{Q}_2$ 。 $\mathbf{P}_1$ 、 $\mathbf{P}_2$ 、 $\bar{\alpha}$ 与 $\bar{\beta}$ 满足引理 3。

证明: 估计误差的导数可以表示为

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{e}}_{p_i}'} = \tilde{\mathbf{e}}_v' - \mu_1 \operatorname{sig}^{h_2}(\tilde{\mathbf{e}}_{p_i}') - \varepsilon_1 \operatorname{sig}^{q_2}(\tilde{\mathbf{e}}_{p_i}') \\ \dot{\tilde{\mathbf{e}}_{v_i}'} = -\mu_2 \operatorname{sig}^{h_3}(\tilde{\mathbf{e}}_{p_i}') - \varepsilon_2 \operatorname{sig}^{q_3}(\tilde{\mathbf{e}}_{p_i}') \end{cases} \quad (25)$$

根据引理 3 与文献[21], 误差系统式(25)是固定时间稳定的, 当 $t > T_e$ 时, 将实现对跟随者自身真实速度的精准估计。由于控制输入不在式(23)中, 因此估计误差收敛时间与控制输入无关。

2.3 固定时间控制器设计

本文结合状态观测器与速度观测器的输出作为控制器的输入, 并定义第 i 个跟随者的编队跟踪误差为

$$\begin{cases} \mathbf{e}_{1i} = \mathbf{p}_i - \hat{\mathbf{p}}_{0,i} - \Delta_i \\ \mathbf{e}_{2i} = \hat{\mathbf{v}}_i - \hat{\mathbf{v}}_{0,i} \end{cases} \quad (26)$$

结合式(13)和式(22), 对式(26)求导可得

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}_{1i} = \mathbf{e}_{2i} + \tilde{\mathbf{e}}_{v_i}' \\ \dot{\mathbf{e}}_{2i} = \hat{\mathbf{v}}_i - \hat{\mathbf{v}}_{0,i} = \\ \mathbf{u}_i + \mu_2 \operatorname{sig}^{h_3}(\mathbf{p}_i - \hat{\mathbf{p}}_i) + \varepsilon_2 \operatorname{sig}^{q_3}(\mathbf{p}_i - \hat{\mathbf{p}}_i) - \dot{\mathbf{v}}_{0,i} \end{cases} \quad (27)$$

对每一个跟随者, 设计如下的分段、连续终端滑模面

$$\mathbf{s}_i = \dot{\mathbf{e}}_{1i} + \gamma_1 f(\mathbf{e}_{1i}) + \gamma_2 \operatorname{sig}^{q_4}(\mathbf{e}_{1i}) \quad (28)$$

式中: γ_1 、 γ_2 为正常数增益; $\mathbf{s}_i = [s_{i1}, s_{i2}, s_{i3}]^T$; $0 < q_4 < 1$ 。 $f(\mathbf{e}_{1i})$ 可表示为

$$f(\mathbf{e}_{li}) = \begin{cases} \text{sig}^{h_4}(\mathbf{e}_{li}), |e_{li}(k)| > \delta \\ \sigma_1 \mathbf{e}_{li} + \sigma_2 \text{sig}^2(\mathbf{e}_{li}), |e_{li}(k)| \leq \delta \end{cases} \quad (29)$$

式中: $\sigma_1 = (2 - h_4) \delta^{h_4-1}$; $\sigma_2 = (h_4 - 1) \delta^{h_4-2}$; $h_4 > 1$; $k = 1, 2, 3$; $e_{li}(1)$ 、 $e_{li}(2)$ 、 $e_{li}(3)$ 分别为 x 、 y 、 z 方向的编队跟踪误差; δ 为任意的正常数。

结合式(26)~(28), 本文将编队跟踪控制器设计为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i = & -\chi_1 \text{sig}^{h_5}(\mathbf{s}_i) - \chi_2 \text{sig}^{q_5}(\mathbf{s}_i) + \dot{\hat{\mathbf{v}}}_{0,i} - \dot{f}(\mathbf{e}_{li}) - \\ & \gamma_2 q_4 \text{diag}(|\mathbf{e}_{li}|^{h_4-1}) \dot{\mathbf{e}}_{li} - 2\mu_2 \text{sig}^{h_3}(\mathbf{p}_i - \hat{\mathbf{p}}_i) - \\ & 2\epsilon_2 \text{sig}^{q_3}(\mathbf{p}_i - \hat{\mathbf{p}}_i) \end{aligned} \quad (30)$$

式中: χ_1 与 χ_2 为正常数增益; $0 < q_5 < 1$; $h_5 > 1$ 。

定义 $\tilde{\chi}_1 = 2 \times 3^{\frac{1-h_5}{2}} \chi_1$, $\tilde{\chi}_2 = 2\chi_2$, $\tilde{\gamma}_1 = 2 \times 3^{\frac{1-h_4}{2}} \gamma_1$, $\tilde{\gamma}_2 = 2\gamma_2$ 。

定理 3 若假设 1 与假设 2 成立, 在编队跟踪控制器的作用下, 编队跟踪误差 $\mathbf{e}_{li}$ 将在固定时间 $T_F \leq T_{s1} + T_{s2} + T_o + T_e$ 内收敛至原点附近预设的 δ 邻域内, T_{s1} 与 T_{s2} 计算方式如下

$$\begin{cases} T_{s2} = \frac{2}{\tilde{\gamma}_1(h_4 - 1)} + \frac{2}{\tilde{\gamma}_2(1 - q_4)} \\ T_{s1} = \frac{2}{\tilde{\chi}_1(h_5 - 1)} + \frac{2}{\tilde{\chi}_2(1 - q_5)} \end{cases} \quad (31)$$

证明: 当处于趋近阶段时, 构建如下李雅普诺夫函数

$$V_2 = \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i \quad (32)$$

对式(32)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & 2\mathbf{s}_i^T \dot{\mathbf{s}}_i = 2\mathbf{s}_i^T [-\chi_1 \text{sig}^{h_5}(\mathbf{s}_i) - \chi_2 \text{sig}^{q_5}(\mathbf{s}_i)] = \\ & -2\chi_1 \sum_{k=1}^3 [s_i^2(k)]^{\frac{1+h_5}{2}} - 2\chi_2 \sum_{k=1}^3 [s_i^2(k)]^{\frac{1+q_5}{2}} \leq \\ & -2 \times 3^{\frac{1-h_5}{2}} \chi_1 \sum_{k=1}^3 [s_i^2(k)]^{\frac{1+h_5}{2}} - \\ & 2\chi_2 \sum_{k=1}^3 [s_i^2(k)]^{\frac{1+q_5}{2}} \leq -\tilde{\chi}_1 V_2^{\frac{1+h_5}{2}} - \tilde{\chi}_2 V_2^{\frac{1+q_5}{2}} \end{aligned} \quad (33)$$

式中: $k = 1, 2, 3$; $s_i(1)$ 、 $s_i(2)$ 、 $s_i(3)$ 分别表示 s_{i1} 、 s_{i2} 和 s_{i3} 。根据引理 1, 可知将在固定时间 T_{s1} 内到达滑模面上, 进而 $\mathbf{s}_i = \mathbf{0}$ 。

当处于滑动阶段时, 若 $|e_{li}(k)| > \delta$, 则有

$$\dot{\mathbf{e}}_{li} + \gamma_1 \text{sig}^{h_4}(\mathbf{e}_{li}) + \gamma_2 \text{sig}^{q_4}(\mathbf{e}_{li}) = \mathbf{0} \quad (34)$$

构建李雅普诺夫函数

$$V_3 = \mathbf{e}_{li}^T \mathbf{e}_{li} \quad (35)$$

求导可得

$$\dot{V}_3 = 2\mathbf{e}_{li}^T \dot{\mathbf{e}}_{li} = -2\mathbf{e}_{li}^T [\gamma_1 \text{sig}^{h_4}(\mathbf{e}_{li}) + \gamma_2 \text{sig}^{q_4}(\mathbf{e}_{li})] =$$

$$\begin{aligned} & -2 \left[\gamma_1 \sum_{k=1}^3 (e_{li}^2(k))^{\frac{1+h_4}{2}} + \gamma_2 \sum_{k=1}^3 (e_{li}^2(k))^{\frac{1+q_4}{2}} \right] \leq \\ & -2 \times 3^{\frac{1-h_4}{2}} \gamma_1 \left(\sum_{k=1}^3 e_{li}^2(k) \right)^{\frac{1+h_4}{2}} - \\ & 2\gamma_2 \left(\sum_{k=1}^3 e_{li}^2(k) \right)^{\frac{1+q_4}{2}} \leq -\tilde{\gamma}_1 V_3^{\frac{1+h_4}{2}} - \tilde{\gamma}_2 V_3^{\frac{1+q_4}{2}} \end{aligned} \quad (36)$$

根据引理 1 可知, 编队跟踪误差将在固定时间内收敛至 0 附近的 δ 邻域内。

若 $|e_{li}(k)| \leq \delta$, 则有

$$\dot{\mathbf{e}}_{li} = -\gamma_1 (\sigma_1 \mathbf{e}_{li} + \sigma_2 \text{sig}^2(\mathbf{e}_{li})) - \gamma_2 \text{sig}^{q_4}(\mathbf{e}_{li}) \quad (37)$$

构建李雅普诺夫函数

$$V_4 = \mathbf{e}_{li}^T \mathbf{e}_{li} \quad (38)$$

对式(38)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 = & 2\mathbf{e}_{li}^T \dot{\mathbf{e}}_{li} = \\ & 2\mathbf{e}_{li}^T [-\gamma_1 (\sigma_1 \mathbf{e}_{li} + \sigma_2 \text{sig}^2(\mathbf{e}_{li})) - \gamma_2 \text{sig}^{q_4}(\mathbf{e}_{li})] = \\ & -2 \left[\gamma_1 \left(\sigma_1 \sum_{k=1}^3 e_{li}^2(k) + \sigma_2 \sum_{k=1}^3 |e_{li}(k)|^3 \right) \right] \leq \\ & -2\gamma_1 (2 - h_4) \delta^{h_4-1} \sum_{k=1}^3 e_{li}^2(k) - 2\gamma_1 (h_4 - 1) \cdot \\ & \delta^{h_4-1} \sum_{k=1}^3 e_{li}^2(k) \leq -2\gamma_1 \delta^{h_4-1} \sum_{k=1}^3 e_{li}^2(k) \leq \\ & -2\gamma_1 \delta^{h_4-1} V_4 \end{aligned} \quad (39)$$

此时, 系统满足渐近稳定, 证明当 $t > T_F$ 时, 系统仍然保持稳定, 证毕。

3 数值仿真

本节通过数值仿真验证所提出编队控制算法的有效性。假设无人机群由 4 个跟随者和 1 个虚拟领航者组成, 群间通信拓扑如图 2 所示。其中, 编号 0 表示虚拟领航者, 1~4 表示跟随者。

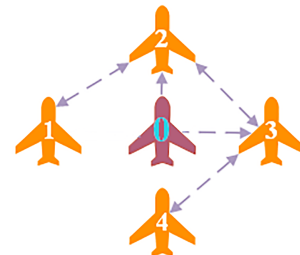


图 2 固定翼无人机群通信拓扑

Fig. 2 Communication topology of a fixed-wing UAV swarm

该通信拓扑的邻接矩阵 $\mathbf{A}$ 与 $\mathbf{B}$ 分别为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \text{diag}(0, 1, 1, 0)$$

虚拟领航者作匀速直线运动, 其初始位置与速度为 $p_0 = [30, 0, 100]^T$, $v_0 = [0, 25, 0]^T$ 。跟随者初始位置与初始速度分别为

$$p_1 = [80, -30, 90]^T, p_2 = [-30, -40, 85]^T$$

$$p_3 = [50, -30, 85]^T, p_4 = [-10, -40, 90]^T$$

$$v_1 = [-3, 21, 2]^T, v_2 = [4, 23, 3]^T$$

$$v_3 = [-3, 21, 4]^T, v_4 = [1, 22, 3]^T$$

各跟随者的编队向量分别为

$$\Delta_1 = [40, -30, 0]^T, \Delta_2 = [-40, -30, 0]^T$$

$$\Delta_3 = [20, 10, 0]^T, \Delta_4 = [-20, 10, 0]^T$$

速度观测器的初始值设为

$$\hat{v}_1 = [-5, 18, 1]^T, \hat{v}_2 = [9, 19, 6]^T$$

$$\hat{v}_3 = [1, 18, 6]^T, \hat{v}_4 = [-2, 24, 1]^T$$

所提方法的参数设置如下。

1) 状态观测器: $h_1 = 1.5$, $q_1 = 0.5$, $\alpha_1 = 4$, $\alpha_2 = 4$, $\beta_1 = 3$, $\beta_2 = 3.5$ 。

2) 速度观测器: $h_2 = 0.8$, $h_3 = 0.6$, $q_2 = 1.2$, $q_3 = 1.4$, $\mu_1 = \varepsilon_1 = 5$, $\mu_2 = \varepsilon_2 = 10$ 。

3) 滑模控制器: $h_4 = h_5 = 1.2$, $q_4 = q_5 = 0.8$, $\chi_1 = \chi_2 = 0.3$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.1$, $\delta = 0.1$ 。

基于上述条件进行仿真。图 3 呈现了 4 个跟随者与 1 个虚拟领航者在本文设计的控制算法下形成的三维飞行轨迹, 图中圆形表示跟随者的初始位置。从图 3 可以看出, 在本文所提控制器的作用下, 各无人机形成了预设的梯形队型。

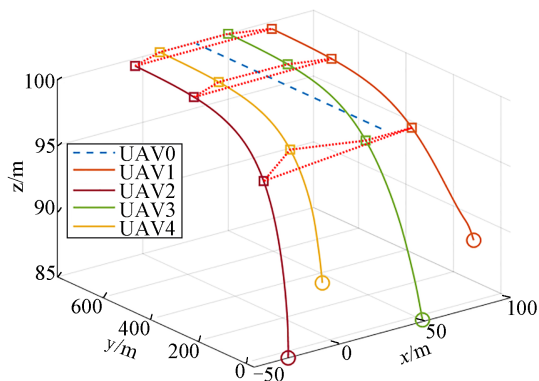


图 3 固定翼无人机编队三维轨迹

Fig. 3 Three-dimensional trajectories of fixed-wing UAV formation

图 4 展示了各跟随者对其自身速度估计误差的

收敛过程, $\tilde{e}_v(x)$ 、 $\tilde{e}_v(y)$ 、 $\tilde{e}_v(z)$ 分别表示跟随无人机对自身速度在 x 、 y 、 z 方向上的估计误差。从图 4 中可以看出, 速度估计误差曲线在 1.2 s 内达到收敛, 表明所设计的速度观测器能够确保速度估计值快速逼近真实速度值, 从而验证了所设计速度观测器的有效性。

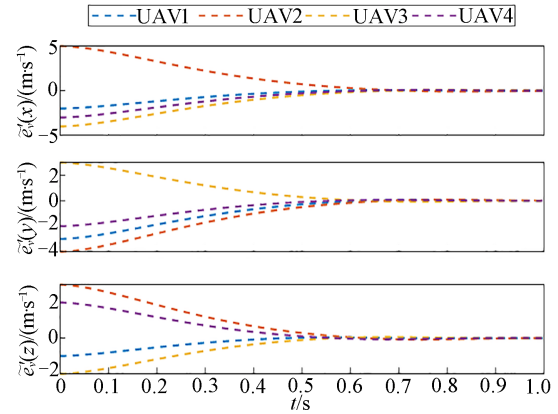


图 4 速度观测器估计误差

Fig. 4 Estimation errors of the velocity observer

图 5 展示了各无人机对虚拟领航者状态的估计误差收敛曲线。 $\tilde{e}_v(x)$ 、 $\tilde{e}_v(y)$ 、 $\tilde{e}_v(z)$ 分别为 x 、 y 、 z 方向上的虚拟领航者速度估计误差曲线, $\tilde{e}_p(x)$ 、 $\tilde{e}_p(y)$ 、 $\tilde{e}_p(z)$ 分别为 x 、 y 、 z 方向上的虚拟领航者位置估计误差曲线。由图 5 可得, 速度估计误差和位置估计误差分别在 1.5 s 和 2.5 s 内快速收敛, 从而达到稳定状态, 确保了各跟随者快速、精准估计虚拟领航者的状态信息, 验证了定理 1 的结果。

图 6 展示了各跟随无人机的编队跟踪误差曲线, e_1 、 e_2 分别为位置跟踪误差与速度跟踪误差。仿真结果表明, 速度跟踪误差与位置跟踪误差均在 30 s 内收敛, 收敛过程中跟踪误差始终有界, 最终到达稳定状态, 进而验证了所提编队控制算法的有效性。

在相同初始条件下, 对本文所提的状态观测器与文献[23]的有限时间状态观测器性能进行对比, 图 7 展示了第 1 架无人机位置估计误差的二范数 $\|\tilde{e}_{p_1}\|_2$ 与速度估计误差的二范数 $\|\tilde{e}_{v_1}\|_2$ 的变化曲线, 从图中可以看出, 本文所提方法的收敛速度明显快于文献[23]的方法。

在相同初始条件下, 对本文所提的速度观测器与文献[16]的有限时间扩展状态观测器性能进行对比, 图 8 展示了第 1 架无人机的速度估计误差的二范数 $\|\tilde{e}_{v_1}\|_2$ 的变化曲线, 仿真结果表明, 本文所提的速度观测器收敛速度快于文献[16]所提的

方法, 实现了对无人机自身速度的快速估计。

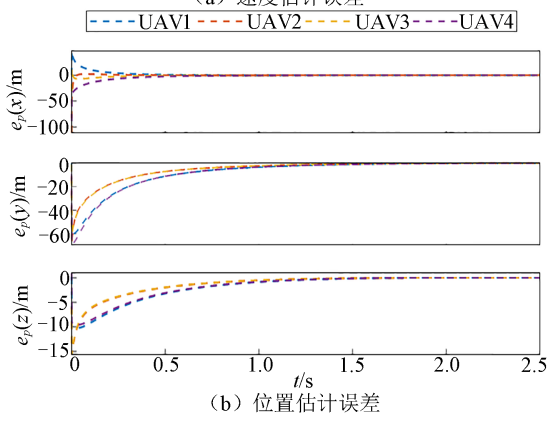
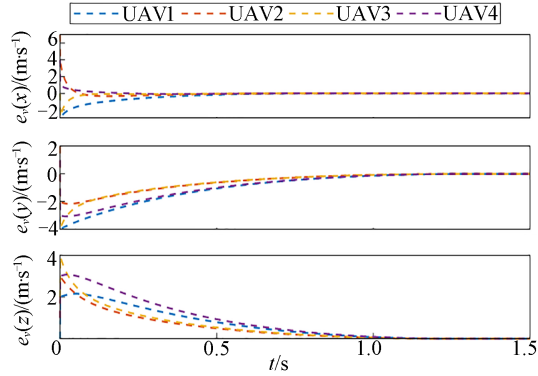


图 5 状态观测器估计误差

Fig. 5 Estimation errors of the state observer

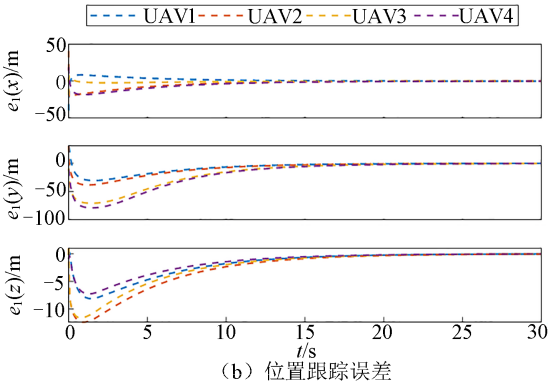
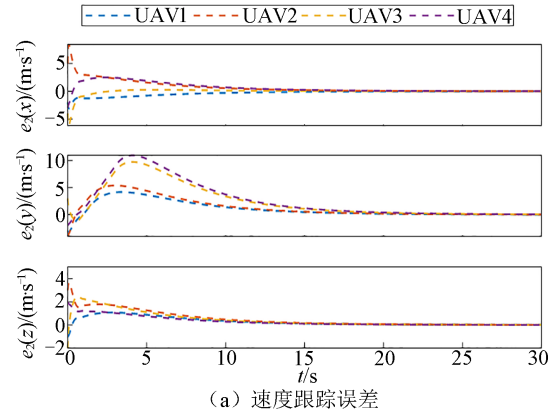


图 6 固定翼无人机编队跟踪误差

Fig. 6 Tracking errors of fixed-wing UAV formation

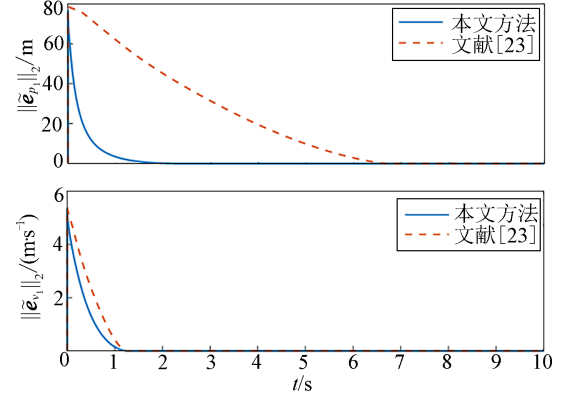


图 7 状态观测器性能对比

Fig. 7 Performance comparison of state observers

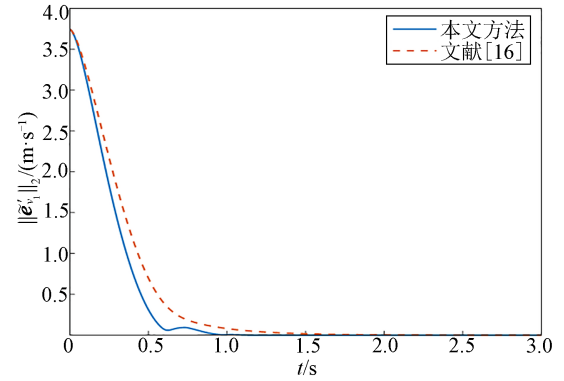


图 8 速度观测器性能对比

Fig. 8 Performance comparison of velocity observers

4 结论

针对速度信息不可测的固定翼无人机编队控制问题, 首先基于领航跟随法, 提出了固定时间状态观测器和固定时间速度观测器, 在固定时间内同步重构虚拟领航者状态与自身速度信息; 其次, 提出了固定时间滑模跟踪控制方法, 实现了无人机集群在无速度反馈场景下的协同控制, 主要结论如下。

1) 通过设计具有固定时间收敛特性的分布式状态观测器, 利用跟随者间局部交互信息快速估计虚拟领航者状态信息, 同时设计一种固定时间速度观测器, 实现无人机自身速度的快速估计, 解决了对全局通信和速度传感器的依赖。

2) 结合速度观测器与状态观测器的输出, 将分布式编队控制问题转化为位置编队跟踪误差的镇定问题, 构建了不依赖于速度信息的固定时间滑模控制器, 跟踪误差在固定时间内收敛至预设的有界区域内, 稳定时间的上界仅由控制参数决

定,与初始状态无关。

3) 仿真结果表明,在无速度反馈时,编队位置跟踪误差可收敛至 0.1 m 内,形成了预设的编队队形,从而验证了本文方法的有效性。通过与现有文献 [23] 和文献 [16] 对比,所设计的分布式状态观测器与速度观测器收敛速度均更快,估计性能更加优越。

参考文献

- [1] ZUO R W, LI Y H, LYU M L, et al. Distributed asynchronous consensus control of nonlinear multi-agent systems under directed switching topologies[J]. *Automatica*, 2023, 152: 110952.
- [2] ZHEN Q Z, WAN L, LI Y L, et al. Formation control of a multi-AUVs system based on virtual structure and artificial potential field on SE(3)[J]. *Ocean Engineering*, 2022, 253: 111148.
- [3] WANG Y M, ZHONG Y L, ZHANG Y H, et al. Unmanned aerial vehicle formation control method based on improved artificial potential field and consensus[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2024, 18(18): 2555-2567.
- [4] 易国, 毛建旭, 王耀南, 等. 非完整移动机器人领航-跟随编队分布式控制[J]. *仪器仪表学报*, 2017, 38(9): 2266-2272.
YI G, MAO J X, WANG Y N, et al. Distributed control for leader-follower formation tracking of multiple nonholonomic vehicles[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2017, 38(9): 2266-2272.
- [5] ZHANG Y W, LI S S, WANG S P, et al. Distributed bearing-based formation maneuver control of fixed-wing UAVs by finite-time orientation estimation[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2023, 136: 108241.
- [6] HU X Y, CHEN J, LYU C X, et al. Finite-time trajectory tracking control for unmanned ground vehicle based on finite-time disturbance observer[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2024, 361(17): 107222.
- [7] HUANG X Q, LIN W, YANG B. Global finite-time stabilization of a class of uncertain nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2005, 41(5): 881-888.
- [8] WANG L, SONG Z Y, LIU X D, et al. Continuous finite-time integral sliding mode control for attitude stabilization[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2020, 67(10): 2084-2088.
- [9] TAN J, GUO S J. Backstepping control with fixed-time prescribed performance for fixed wing UAV under model uncertainties and external disturbances[J]. *International Journal of Control*, 2022, 95(4): 934-951.
- [10] KHODAVERDIAN M, HAJSHIRMOHAMADI S, HAKOBYAN A, et al. Predictor-based constrained fixed-time sliding mode control of multi-UAV formation flight[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2024, 148: 109113.
- [11] MIAO Q Y, ZHANG K, JIANG B. Fixed-time collision-free fault-tolerant formation control of multi-UAVs under actuator faults[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2024, 54(6): 3679-3691.
- [12] 郑伟铭, 徐扬, 罗德林. 未知干扰下四旋翼无人机群固定时间编队控制[J]. *北京航空航天大学学报*, 2024, 50(5): 1702-1712.
ZHENG W M, XU Y, LUO D L. Fixed-time formation control of quadrotor UAV swarm with unknown disturbances[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2024, 50(5): 1702-1712.
- [13] ZHOU Y, DONG W H, LIU Z C, et al. IBLF-based fixed-time fault-tolerant control for fixed-wing UAV with guaranteed time-varying state constraints[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2023, 72(4): 4252-4266.
- [14] MENG B, ZHANG K, JIANG B. Fixed-time optimal fault-tolerant formation control with prescribed performance for fixed-wing UAVs under dual faults[J]. *IEEE Transactions on Signal and Information Processing Over Networks*, 2023, 9: 875-887.
- [15] LIANG X W, WANG H S, LIU Y H, et al. Formation control of nonholonomic mobile robots without position and velocity measurements[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2018, 34(2): 434-446.
- [16] ZHAO L, ZHANG B, YANG H J, et al. Finite-time tracking control for pneumatic servo system via extended state observer[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2017, 11(16): 2808-2816.
- [17] ZHANG J Q, YU S H, YAN Y. Fixed-time output feedback trajectory tracking control of marine surface vessels subject to unknown external disturbances and uncertainties[J]. *ISA Transactions*, 2019, 93: 145-155.
- [18] FAN Y S, QIU B B, LIU L, et al. Global fixed-time trajectory tracking control of underactuated USV based on fixed-time extended state observer[J]. *ISA Transactions*, 2023, 132: 267-277.

-
- [19] LI J P, FAN Y S, LIU J X. Distributed fixed-time formation tracking control for multiple under-actuated USVs with lumped uncertainties and input saturation[J]. ISA Transactions, 2024, 154: 186–198.
- [20] LI Q P, CHEN Y, LIANG K. Predefined-time formation control of the quadrotor-UAV cluster position system[J]. Applied Mathematical Modelling, 2023, 116: 45–64.
- [21] BASIN M, YU P, SHTESEL Y. Finite-and fixed-time differentiators utilising HOSM techniques[J]. IET Control Theory & Applications, 2017, 11(8): 1144–1152.
- [22] WANG J N, XIN M. Integrated optimal formation control of multiple unmanned aerial vehicles[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013, 21(5): 1731–1744.
- [23] YU Z Q, LIU Z X, ZHANG Y M, et al. Distributed finite-time fault-tolerant containment control for multiple unmanned aerial vehicles[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2020, 31(6): 2077–2091.
- (编辑: 刘建民)