

DOI: 10.20189/j.cnki.CN/61-1527/E.202503004

VRF 与 SAC 融合的无人机蜂群 分段智能轨迹规划方法

陆 璐, 王鑫海, 孟云鹤
(中山大学 人工智能学院, 广东 珠海 519000)

摘 要: 针对无人机蜂群机动过程中需兼顾较大搜索范围和高效到达目标点的问题, 提出一种基于多目标评估的优化方法, 以改善传统路径规划算法在无人机编队半径受限情况下的性能表现。通过设计多目标评估体系, 从路径质量、编队稳定性、能量效率及任务完成度 4 个方面, 将路径规划分为虚拟刚体算法执行段和智能算法执行段。通过对比柔性动作-评价 (soft actor-critic, SAC) 算法与深度确定性策略梯度 (deep deterministic policy gradient, DDPG) 2 种智能算法的训练效果, 最终选取 SAC 算法来执行分段轨迹优化。仿真结果表明: 以四旋翼无人机为例, 所提出的融合了虚拟刚体编队 (virtual rigid formation, VRF) 算法与 SAC 算法的多段轨迹规划方法, 在路径质量方面相比传统 A* 算法和 DDPG 算法分别提升了 12.2% 和 5.8%, 在能量效率方面分别提升了 19.3% 和 6.5%, 表明所提方法能够克服传统轨迹规划算法在大范围搜索下的局限性, 实现了动态路径优化与评估性能的提升。

关键词: 无人机蜂群; 虚拟刚体编队; SAC 算法; 分段规划; 多目标评估
中图分类号: V279 **文献标志码:** A **开放科学标识码(OSID):**
文章编号: 2097-2741(2025)03-032-13



听语音
聊科研
与作者互动

VRF and SAC Fusion-Based Segmental Intelligent Trajectory Planning Method for UAV Swarms

LU Lu, WANG Xinhai, MENG Yunhe
(School of Artificial Intelligence, Sun Yat-sen University, Zhuhai 519000, China)

ABSTRACT: A multi-objective evaluation-based optimization method was proposed to address the issue of balancing a wide search range with efficient target point arrival during unmanned aerial vehicle (UAV) swarm maneuvering. This method aimed to improve the performance of traditional path planning algorithms under the constraint of limited UAV formation radii. By designing a multi-objective evaluation system, path planning was divided into two stages, virtual rigid body modeling and intelligent algorithm execution, based on four aspects: path quality, formation sta-

收稿日期: 2024-11-30 **修回日期:** 2025-03-17 **录用日期:** 2025-03-21

基金项目: 军事科研重点实验室开放基金 (ICL-2023-0403)

第一作者: 陆璐 (1995—), 男, 博士, 主要从事悬吊无人机控制与规划研究。E-mail: lulu28@mail2.sysu.edu.cn

引用格式: 陆璐, 王鑫海, 孟云鹤. VRF 与 SAC 融合的无人机蜂群分段智能轨迹规划方法 [J]. 火箭军工程大学学报, 2025, 39 (3): 32-44. LU Lu, WANG Xinhai, MENG Yunhe. VRF and SAC fusion-based segmental intelligent trajectory planning method for UAV swarms [J]. Journal of Rocket Force University of Engineering, 2025, 39 (3): 32-44.

bility, energy efficiency, and task completion. The soft actor-critic (SAC) algorithm was selected for trajectory optimization, integrating the training performance of the SAC and deep deterministic policy gradient (DDPG) algorithms. The simulation results show that, using quadrotor UAVs as an example, the proposed multi-segment trajectory planning method that integrates virtual rigid formation (VRF) and SAC algorithms improves path quality by 12.2% and 5.8%, and improves energy efficiency by 19.3% and 6.5%, compared to the traditional A* and DDPG algorithms. It is proven that the proposed method can overcome the limitations of traditional trajectory planning algorithms in large-scale searches, achieving enhanced performance in dynamic path optimization and evaluation.

KEYWORDS: UAV swarm; virtual rigid formation; soft actor-critic algorithm; segmented planning; multi-objective evaluation

蜂群无人机技术凭借其智能化与协同性,已被广泛应用于侦察、搜索和攻击等任务中,尤其在现代作战中发挥着重要作用^[1-2]。相关研究表明,无人机蜂群通过分布式协作可覆盖更大的搜索范围,但在复杂环境下进一步提升其任务完成率仍面临诸多挑战^[3]。因此,结合多任务指标的路径规划算法成为该研究领域的核心方向。

虚拟刚体模型在无人机蜂群控制中被广泛应用,Zhang 等^[4]提出了一种基于虚拟刚体的编队方法,通过几何约束实现了无人机群的协同运动和编队稳定性,解决了蜂群在静态环境中保持队形的问题。然而,该方法在动态障碍场景中的适应性较弱,无法满足复杂动态任务的需求。传统的全局路径规划算法,如 A* 算法^[5]和 Dijkstra 算法^[6]也被广泛应用于无人机路径规划任务。其中,A* 算法通过启发式搜索生成全局最优路径,Dijkstra 算法则采用图搜索方法寻找最短路径。以上方法在静态环境中表现优异,能够精确规划全局路径,然而在动态场景中计算效率较低,难以实时应对环境变化^[7],且在面对动态障碍时缺乏灵活性^[8]。Tian 等^[9]提出一种基于深度确定性策略梯度(deep deterministic policy gradient, DDPG)的路径规划方法,该方法通过强化学习提高了无人机路径规划的动态适应性,能够在动态环境中进行实时路径调整,但该方法在处理复杂多目标任务(如同时优化路径质量、能量效率和编队稳定性等)时收敛性较差,难以实现多目标性能的平衡。为了解决上述问题,薛震等^[10]进一步设计了一种分段优化策略,将路径规划分为全局规划和局部调整2个阶段,通过引入深度强化学习算法优化局部路径,解决了动态场景中部分规划难题。

针对现有研究在复杂环境下难以兼顾全局路

径规划与局部动态优化的不足,本文提出了一种基于虚拟刚体编队(virtual rigid formation, VRF)算法与柔性动作-评价(soft actor-critic, SAC)算法的分段智能轨迹规划方法,充分利用 VRF 算法的几何约束特性来保持无人机集群的相对位置稳定及机动协同,从而维持编队结构的连通和全局路径的稳定。通过分段规划策略,在全局路径规划阶段采用 VRF 算法降低计算复杂度,而在局部路径优化阶段有针对性地引入 SAC 算法,以提升动态环境适应性并保证路径规划的灵活性。最后,通过仿真实验验证了本文所提方法在路径质量、能量效率和编队稳定性等方面所具有的优越性,为无人机蜂群的智能轨迹规划提供了一种可行的解决方案。

1 算法原理与融合策略设计

1.1 多评估目标分段智能规划算法架构设计

本文算法采用模块化设计,覆盖通讯拓扑、编队飞行、网格搜索3个核心部分。如图1所示,任务中需有领航者负责全局路径规划,飞行过程中要求无人机编队保持刚性以维持通讯稳定,并对编队大小进行优化,从而实现最优搜索。本文研究的无人机蜂群采用四旋翼无人机,每架无人机的运动模型基于四旋翼动力学方程,具有较好的机动性和悬停能力。相比固定翼无人机,四旋翼无人机能够在小范围内灵活调整姿态,但航程相对较短。因此,在路径规划设计时,需考虑对四旋翼无人机的能量消耗进行优化。

VRF 模型通过几何约束^[11]和全局路径规划^[12],实现了无人机集群的协同运动。其中,距离保持是确保通讯稳定的关键^[13]。为维持集群的

连通（如图 1 中的通讯拓扑 G 所示），VRF 模型通过几何约束确保无人机之间的相对距离保持不变，从而使通讯链路保持稳定。这种距离保持机制^[14]不仅能够确保通信网络的连通，还能够在动态环境下有效适应任务需求^[15]。

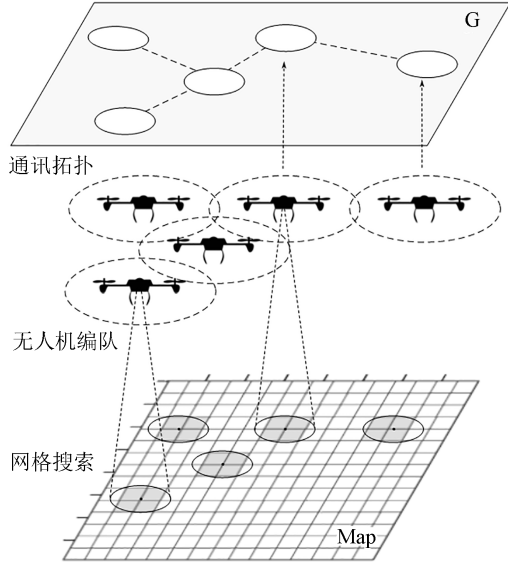


图 1 蜂群编队地图

Fig. 1 Map of swarm formation

为实现高效的路径规划，本文设计了一种混合算法，结合 VRF 算法^[16]、A* 全局规划^[17]与 SAC 局部优化^[18]的优势，系统运行采用分段处理机制，流程如图 2 所示。无人机之间的相对位置固定，整体队形采用 VRF 算法进行跟踪控制。

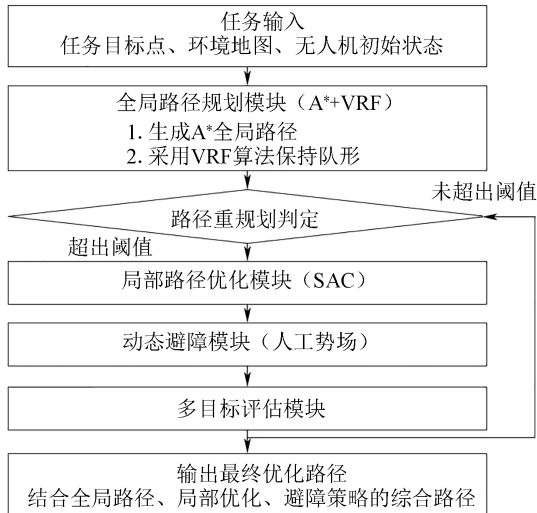


图 2 本文算法流程

Fig. 2 Process of VRF + A* + SAC algorithm

1.2 虚拟刚体编队模型

1.2.1 编队模型设计

VRF 模型^[19]将无人机集群视为一个刚性结

构，通过几何约束确保队形稳定。其中，关于领航者的运动方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_l = \sqrt{v_{lx}^2 + v_{ly}^2} \cos \varphi_l \\ \dot{y}_l = \sqrt{v_{lx}^2 + v_{ly}^2} \sin \varphi_l \\ \dot{\varphi}_l = \omega_l \end{cases} \quad (1)$$

式中： (x_l, y_l) 为领航者的位置； φ_l 为领航者的航向角，即领航者的朝向； $\mathbf{v}_l = [v_{lx}, v_{ly}]^T$ 为领航者的速度矩阵； ω_l 为领航者的角速度。

跟随者的位置约束为

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_l \\ y_l \end{bmatrix} + \mathbf{R}(\varphi_l) \cdot \begin{bmatrix} d_i \cos \beta_i \\ d_i \sin \beta_i \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中： (x_i, y_i) 为第 i 个跟随者的位置； d_i 和 β_i 分别为第 i 个跟随者与领航者的相对距离和角度； $\mathbf{R}(\varphi_l)$ 为旋转矩阵，即

$$\mathbf{R}(\varphi_l) = \begin{bmatrix} \cos \varphi_l & -\sin \varphi_l \\ \sin \varphi_l & \cos \varphi_l \end{bmatrix} \quad (3)$$

1.2.2 编队稳定性控制

考虑多智能体系统的动态模型为

$$\dot{\mathbf{X}}_i(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}_i(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_i(t) + \mathbf{D}\boldsymbol{\psi}(\mathbf{X}_i(t), t) \quad (4)$$

式中： $\mathbf{X}_i(t)$ 为状态变量； $\mathbf{u}_i(t)$ 为控制输入； $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{X}_i(t), t)$ 为非线性动态项； $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{D}$ 为系统的已知矩阵。

为保证编队稳定性，设计控制率为

$$\mathbf{u}_i(t) = \mathbf{K}_1 \mathbf{e}_i + \mathbf{K}_2 \mathbf{v}_l \quad (5)$$

式中： $\mathbf{K}_1$ 和 $\mathbf{K}_2$ 为控制增益矩阵； $\mathbf{e}_i = [x_i - x_d, y_i - y_d]^T$ 为系统误差，其中， (x_d, y_d) 为期望位置。

结合系统误差动态方程，即

$$\dot{\mathbf{e}}_i = \mathbf{A}\mathbf{e}_i + \mathbf{B}\mathbf{u}_i \quad (6)$$

将式 (5) 代入式 (6) 可得

$$\dot{\mathbf{e}}_i = (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_1) \mathbf{e}_i + \mathbf{B}\mathbf{K}_2 \mathbf{v}_l \quad (7)$$

定义 Lyapunov 函数 V 为

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \mathbf{e}_i^T \mathbf{P} \mathbf{e}_i \quad (8)$$

式中： N 为系统中智能体的总数； $\mathbf{P}$ 为对称正定矩阵。根据文献[20]，可通过线性矩阵不等式 (linear matrix inequality, LMI) 方法求解控制增益矩阵 $\mathbf{K}$ ，使得系统误差渐近收敛。 $\mathbf{K}$ 是由 $\mathbf{K}_1$ 和 $\mathbf{K}_2$ 组成的矩阵，即

$$\mathbf{K} = [\mathbf{K}_1 \quad \mathbf{K}_2] \quad (9)$$

对 Lyapunov 函数求导可得

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^N \mathbf{e}_i^T \mathbf{P} \dot{\mathbf{e}}_i \quad (10)$$

将式 (7) 代入式 (10) 可得

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^N (\mathbf{e}_i^T \mathbf{P} (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_1) \mathbf{e}_i + \mathbf{e}_i^T \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{K}_2 \mathbf{v}_i) \quad (11)$$

根据式 (11) 中 $\mathbf{e}_i^T \mathbf{P} (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_1) \mathbf{e}_i$ 的对称性, 可得

$$\mathbf{e}_i^T \mathbf{P} (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_1) \mathbf{e}_i = \frac{1}{2} \mathbf{e}_i^T (\mathbf{P} (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_1) + (\mathbf{P} (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_1))^T \mathbf{P}) \mathbf{e}_i \quad (12)$$

将式 (12) 代入式 (11) 可得

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{2} \mathbf{e}_i^T (\mathbf{P} (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_1) + (\mathbf{P} (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_1))^T \mathbf{P}) \mathbf{e}_i + \mathbf{e}_i^T \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{K}_2 \mathbf{v}_i \right) \quad (13)$$

式中: $\mathbf{e}_i^T \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{K}_2 \mathbf{v}_i$ 为实数标量, 其转置和自身相等。

为确保系统渐近稳定, 需满足 $\dot{V} < 0$, 即 $\mathbf{P} (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_1) + (\mathbf{P} (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_1))^T \mathbf{P} < 0$, 进一步可得

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{v}_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_1)^T \mathbf{P} + \mathbf{P} (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_1) & \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{K}_2 \\ \mathbf{K}_2^T \mathbf{B}^T \mathbf{P} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{v}_i \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

同时, 为抑制 $\mathbf{v}_i$ 的增益, 引入约束 $\gamma \mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_i$, 即

$$\dot{V} - \gamma \mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_i < 0 \quad (15)$$

设 $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_1$, $\tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{B}\mathbf{K}_2$, 根据多变量 KYP 引理, 可将不等式拆分为

$$\mathbf{M} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \tilde{\mathbf{A}} & \mathbf{P} \tilde{\mathbf{B}} \\ \tilde{\mathbf{B}}^T \mathbf{P} & \mathbf{0} \end{bmatrix} < 0, \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (16)$$

式 (16) 为标准的 KYP 形式, 只需作变量代换, 即可转变为 LMI 问题。故定义新的变量, 并令 $\mathbf{Q} = \mathbf{P}^{-1}$, $\mathbf{Y}_1 = \mathbf{K}_1 \mathbf{Q}$, $\mathbf{Y}_2 = \mathbf{K}_2 \mathbf{Q}$, 则 Lyapunov 稳定性条件可以转化为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^T + \mathbf{B}\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_1^T \mathbf{B}^T & \mathbf{B}\mathbf{Y}_2 \\ \mathbf{Y}_2^T \mathbf{B}^T & -\gamma \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (17)$$

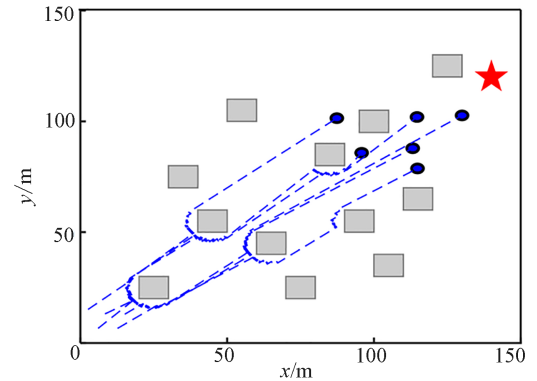
式中: $\gamma > 0$, 用于调节性能指标。通过求解 LMI 的约束优化问题, 可以得到 $\mathbf{Y}_1$ 和 $\mathbf{Y}_2$ 的最优取值, 从而进一步得到优化控制器^[21-22], 确保系统能够渐近稳定。因此, 控制增益矩阵 $\mathbf{K}_1$ 和 $\mathbf{K}_2$ 为

$$\mathbf{K}_1 = \mathbf{Y}_1 \mathbf{Q}^{-1}, \quad \mathbf{K}_2 = \mathbf{Y}_2 \mathbf{Q}^{-1} \quad (18)$$

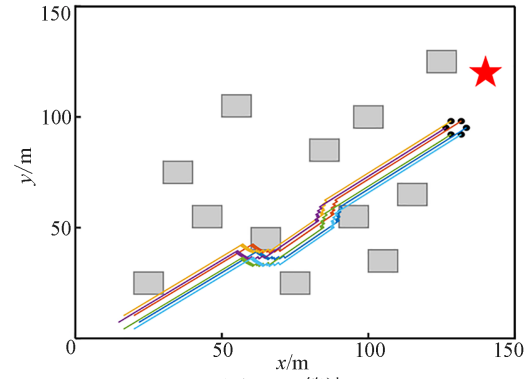
图 3 展示了 A* 算法与 VRF 算法在相同障碍物情况下生成的无人机集群整体路径规划结果, 其具体的量化指标对比如表 1 所示。

如图 3 所示, 与传统 A* 算法相比, 利用 VRF 算法生成的无人机集群整体飞行轨迹更加规整, 这是由于 VRF 算法在进行路径规划时, 能够通过

全局约束来保持无人机编队的整体队形。进一步由表 1 可得, VRF 算法的队形保持误差仅为 3.50 m, 与 A* 算法的 92.94 m 相比, 能够有效提升编队队形的稳定性。在以到达相同目标点为任务的情况下, A* 算法虽然具备极高的计算效率与较短的飞行路径长度, 但几乎没有队形保持能力, 而 VRF 算法则展现出良好的编队一致性和避障稳定性, 适用于需要协同控制的无人机集群飞行任务, 但该算法在飞行路径长度和计算时间上仍有待进一步提升。



(a) A* 算法



(b) VRF 算法

图 3 A* 算法与 VRF 算法整体轨迹生成效果

Fig. 3 Overall trajectory generation of A* and VRF algorithms

表 1 A* 算法与 VRF 算法仿真量化结果对比

Table 1 Comparison of simulation quantification results between A* and VRF algorithms

序号	指标	A* 算法	VRF 算法
1	飞行路径长度/m	191.64	240.00
2	与障碍物最小距离/m	3.01	4.00
3	队形保持误差/m	92.94	3.50
4	平均计算时间/ms	0.03	336.80

1.2.3 动态避障机制

在使用 A* 算法生成全局路径时, 其结果通常

为离散点序列, 数学表达式为

$$q_A^* = \{q_0, q_1, q_2, \dots, q_g\} \quad (19)$$

同时, 在编队过程中, 为了避免无人机发生碰撞, 引入人工势场方法, 将 A* 路径中的下一个目标点 q_{next} 作为势场的目标点。

引入引力势场函数为

$$F_{att} = -\zeta (q - q_{next}) \quad (20)$$

式中: ζ 为引力强度系数; q 为无人机的当前位置; q_{next} 为路径上的下一个目标点位置^[23]。

引入排斥势场函数为

$$F_{rep} = \begin{cases} \mu \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right) \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial q} & \rho \leq \rho_0 \\ 0 & \rho > \rho_0 \end{cases} \quad (21)$$

式中: ρ 为无人机与障碍物之间的距离; ρ_0 为影响范围; μ 为势场强度系数。

因此, 可得合成控制力为

$$F = F_{att} + F_{rep} \quad (22)$$

综上所述, 路径生成的具体步骤如下: 1) 使用 A* 算法生成全局路径; 2) 无人机依次以路径中的节点为导航目标, 沿路径逐步前进; 3) 当接近当前目标点后, 系统自动切换到下一个节点, 过程中持续检测周围障碍物的位置, 并计算合成控制力来调整飞行方向, 从而到达路径末端目标点。

为了分析不同编队大小对路径规划的影响, 本文通过仿真实验得到了不同编队半径下的轨迹生成结果, 如图 4 所示。

由图 4 可知, 在不同无人机编队大小情况下, 利用 VRF 算法生成的飞行轨迹都能够在有效保持编队队形的同时, 根据障碍物的分布和无人机编队的大小对生成规划路径进行动态调整。为进一步分析编队半径对规划路径质量和避障能力的影响, 计算得到不同编队半径条件下生成飞行路径的相关指标变化情况, 如图 5 所示。

如图 5 (a) 所示, 随着无人机编队半径的增加, 整体队形保持误差也在逐渐增大, 当编队半径达到 7.8 m 左右时, 队形保持误差逐渐趋于稳定。当编队半径为 2 m 时, 可以看到 VRF 算法的平均计算时间较长, 这是由于当无人机编队队形过小时, 无人机间需要进行相互避障, 反而导致所需计算时间变长。由图 5 (b) 可知, 随着编队半径的增加, 无人机距障碍物之间的最小距离逐渐趋于平缓, 但飞行路径的长度却在逐渐增加。此外, 虽然编队半径的增大会在一定程度上降低

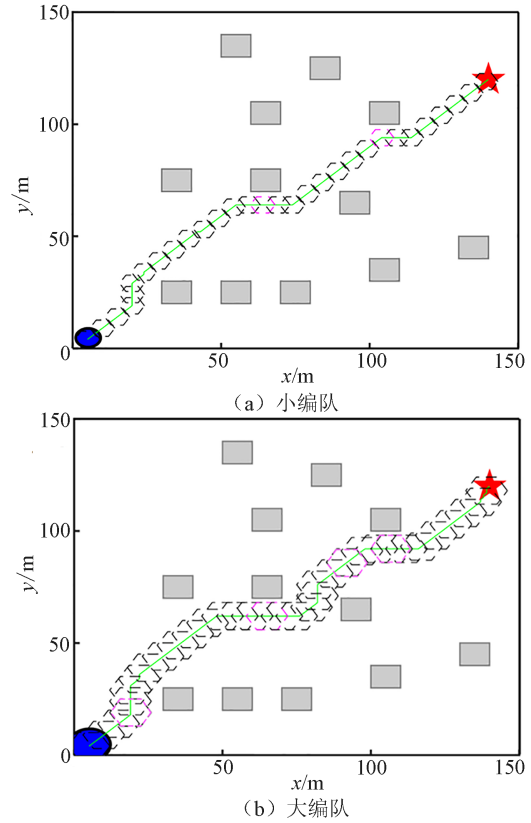
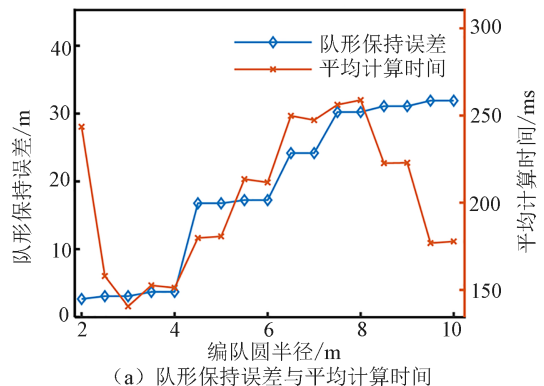
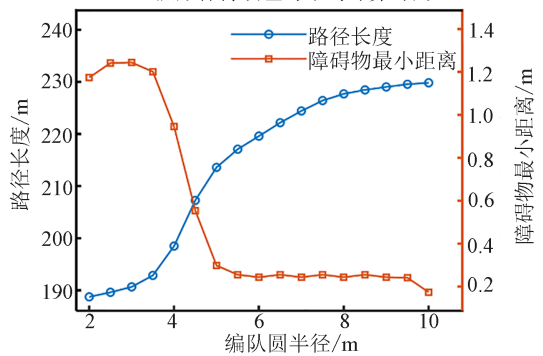


图 4 不同编队半径下的 VRF 算法生成轨迹

Fig. 4 Trajectory generation of VRF algorithm with different formation radii



(a) 队形保持误差与平均计算时间



(b) 路径长度与距障碍物最小距离

图 5 不同编队半径下相关指标变化情况

Fig. 5 Changes in relevant indicators with different formation radii

虚拟刚体段轨迹生成的计算复杂度, 但往往也会导致后续智能规划段计算长度的增加, 反而可能使整体算法的计算复杂度上升。

1.3 多评估目标体系下的SAC算法实现

1.3.1 多评估目标体系

针对无人机编队控制的特点, 设计了4个维度的评估指标体系作为SAC算法的优化目标。

1) 路径质量指标 Q_{path}

$$Q_{\text{path}} = h_1 \cdot L_{\text{path}} + h_2 \cdot \min(D_{\text{obs}}) \quad (23)$$

式中: L_{path} 为路径长度; $\min(D_{\text{obs}})$ 为无人机与障碍物的最小距离; h_1 和 h_2 为权重系数。

2) 编队稳定性指标 Q_{form}

$$Q_{\text{form}} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n |d_i - d_{\text{ref}}| \quad (24)$$

式中: d_{ref} 为期望距离; n 为无人机数量。

3) 能量效率指标 Q_{energy}

$$Q_{\text{energy}} = \sum_{i=1}^n (h_3 \cdot v_i^2 + h_4 \cdot a_i^2) \quad (25)$$

式中: v_i 为第 i 架无人机的速度; a_i 为第 i 架无人机的加速度; h_3 和 h_4 为权重系数。

4) 任务完成度指标 Q_{task}

$$Q_{\text{task}} = h_5 \cdot T_{\text{compl}} + h_6 \cdot R_{\text{cover}} \quad (26)$$

式中: T_{compl} 为任务完成时间; R_{cover} 为搜索范围覆盖率; h_5 和 h_6 为权重系数。

1.3.2 SAC算法核心实现

动作空间包含线速度范围 $[0, v_{\text{max}}]$, 角速度范围 $[-\omega_{\text{max}}, \omega_{\text{max}}]$, 加速度范围 $[-a_{\text{max}}, a_{\text{max}}]$ 。状态空间包含当前位置 (x, y) 、当前速度 (v_x, v_y) 、与目标点相对位置 $(\Delta x, \Delta y)$ 、与邻近无人机的相对位置 $(\Delta x_{\text{neigh}}, \Delta y_{\text{neigh}})$ 以及障碍物的距离信息 $\rho_{\text{obs}} = \sqrt{(x_{\text{obs}} - x)^2 + (y_{\text{obs}} - y)^2}$ 。其中, $(x_{\text{obs}}, y_{\text{obs}})$ 为障碍物的位置坐标。

设计奖励函数为

$$r = w_1 \cdot Q_{\text{path}} + w_2 \cdot Q_{\text{form}} + w_3 \cdot Q_{\text{energy}} + w_4 \cdot Q_{\text{task}} \quad (27)$$

式中: w_1 、 w_2 、 w_3 、 w_4 为权重系数。

SAC算法通过最大化期望回报和策略熵的加权和来对决策进行优化, 具体的SAC训练流程如图6所示, 该流程包含了Q函数更新、策略优化和温度参数调节3个关键步骤。

1.3.3 SAC算法优化策略

为提升算法性能, 采用以下优化策略。

1) 经验优先回放

$$P' = |\delta| + \epsilon \quad (28)$$

$$\delta = r_t + \gamma_a \cdot Q_{\text{next}} - Q_{\text{current}} \quad (29)$$

式中: P' 为优先级值; δ 为TD误差; ϵ 为正则项; r_t 为即时奖励; γ_a 为折扣因子; Q_{next} 和 Q_{current} 分别为目标Q值和当前Q值^[24]。

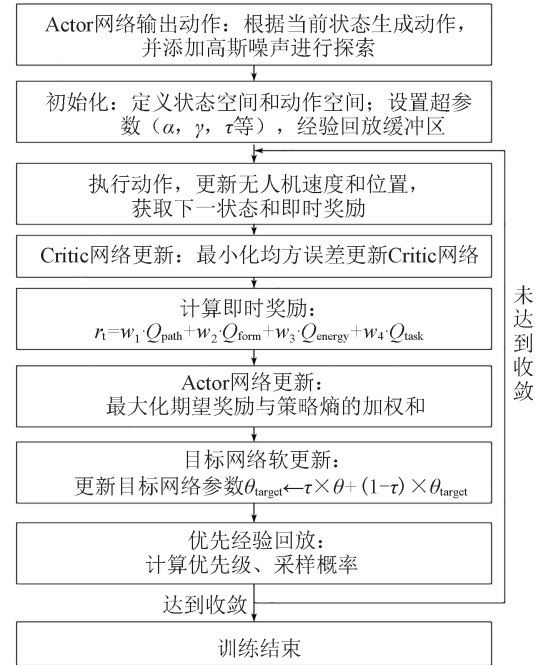


图6 SAC核心训练流程

Fig. 6 Core training process of the SAC algorithm

2) 目标网络软更新

$$\theta_{\text{target}} \leftarrow \tau \cdot \theta_{\text{current}} + (1 - \tau) \cdot \theta_{\text{target}} \quad (30)$$

式中: θ_{target} 和 θ_{current} 分别为目标网络参数和当前网络参数; τ 为软更新系数。

图7展示了基于SAC技术的无人机应用整体架构, 该架构将控制系统分为决策层、规划层和执行层3个层次, 将策略分为高层任务规划和低层轨迹执行2个层次。

这种分层架构充分发挥了各个算法的优势, 既可以通过VRF算法保证无人机编队的整体性, 又可以利用A*算法提供可行的初始解, 而SAC则可以针对性地对复杂路段的轨迹细节进行优化。在多目标评估体系下, 权重系数对算法的性能影响较大^[25]。本文研究了不同权重系数组合对路径规划效果的影响, 根据敏感性分析结果, 选择使综合性能达到最优的权重组合, 具体步骤如下。

1) 初始化权重组合, 设置多个权重组合, 并保证每种权重组合的和为1。

2) 评估指标计算, 在每组权重下运行算法, 记录飞行路径长度、队形误差、能耗和任务完成

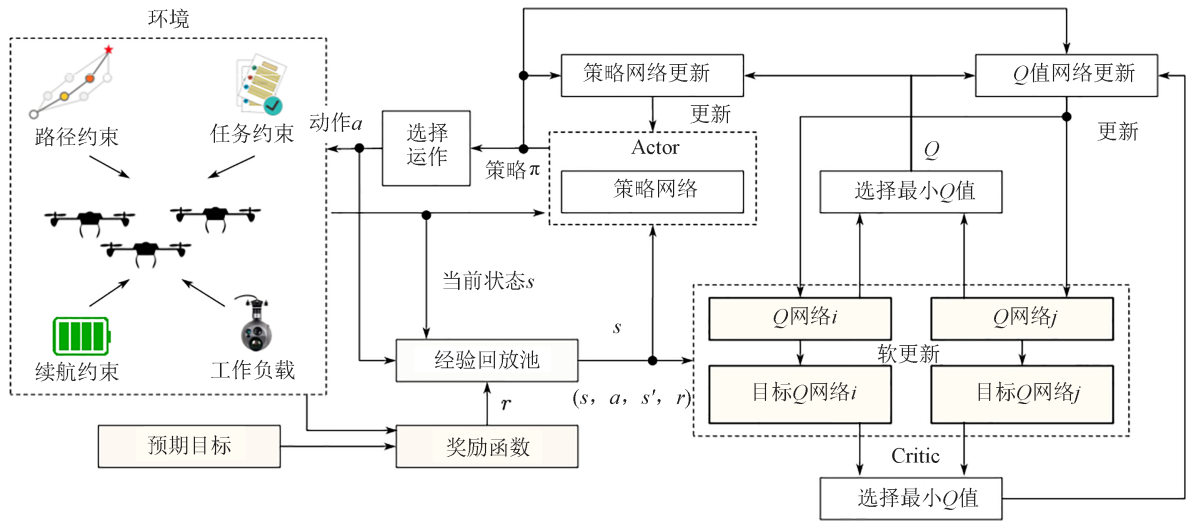


图 7 基于SAC技术的无人机优化架构

Fig. 7 SAC algorithm-based UAV optimization architecture

时间等指标。

3) 敏感性分析, 分析各权重变化对单项指标和综合性能的影响, 确定权重的相对重要性, 根据敏感性分析结果, 选择最佳权重组合。

1.4 多算法融合策略

在高层路径规划中采用VRF算法配合A*算法进行全局路径规划。首先, 确定初始编队圆半径 R , 并计算相关指标。然后, 基于高层规划结果计算各段轨迹与理想路径的偏差, 当偏差超过阈值时, 将该段轨迹标记为待优化段。这种筛选机制可以集中计算资源到需要优化的路径段。同时, 系统既保证了全局路径的合理性, 又能够针对性地优化关键轨迹段, 充分考虑了计算效率和优化效果之间的关系。

1.4.1 算法切换机制

根据任务阶段和环境特征, 设计如下算法切换准则。

VRF算法的启用条件为

$$C_{\text{rigid}} = \begin{cases} 1, & \min(D_{\text{obs}}) > D_{\text{safe}} \ \& \ Q_{\text{form}} < \epsilon_1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (31)$$

SAC算法启用条件为

$$C_{\text{sac}} = \begin{cases} 1, & \min(D_{\text{obs}}) \leq D_{\text{safe}} \ \text{or} \ Q_{\text{form}} \geq \epsilon_1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (32)$$

式中: D_{obs} 为无人机与障碍物的距离集合; D_{safe} 为距离安全阈值; ϵ_1 为队形误差阈值。

1.4.2 平滑过渡策略

为确保算法切换的平滑性, 采用软切换机制, 实现平滑过渡控制, 其表达式为

$$u = \lambda u_{\text{rigid}} + (1 - \lambda) u_{\text{sac}} \quad (33)$$

平滑因子更新公式为

$$\lambda = \frac{1}{1 + e^{-k(Q_{\text{form}} - \epsilon_1)}} \quad (34)$$

式中: u_{rigid} 和 u_{sac} 分别为VRF算法和SAC算法的控制输出; k 为平滑系数。

1.4.3 自适应参数调整

根据任务执行情况, 动态调整关键参数, 权重自适应更新过程为

$$w_i(t+1) = w_i(t) + \alpha \frac{\partial Q_{\text{total}}}{\partial w_i} \quad (35)$$

编队半径调整过程为

$$R_{\text{form}} = R_{\text{base}} + \Delta R \cdot \tanh\left(\frac{Q_{\text{path}}}{Q_{\text{max}}}\right) \quad (36)$$

式中: Q_{total} 为总体性能指标; α 为学习率; R_{base} 为基准编队半径; ΔR 为可调整范围; Q_{max} 为路径质量的理论最大值。采用二次SAC优化策略, 对局部路径进行动态调整, 优化后的轨迹如图8所示。

图8(a)中标红部分为待更新段, 需要通过二次优化对其进行更新。图8(b)为待更新路径经过二次SAC优化后的结果。由图8可得, 分阶段SAC优化方法能够通过关键路段路径生成和局部优化, 动态调整无人机编队队形轨迹, 以确保队形的整体性和飞行的安全性。表2为利用VRF算法和A*算法生成轨迹规划结果的各项指标与经过二次SAC优化后的结果对比。

如表2所示, 通过二次SAC方法优化后的更新段路径长度为47.70 m, 而更新前的相同路段长度为82.04 m, 有效缩短了约40%的无人机编队飞

行路径。同时，经二次 SAC 优化后的无人机编队队形保持误差控制在 2.10 m，虽然较 VRF 算法结合 A*算法的队形保持误差大，但其值仍远小于无人机编队半径，表明二次 SAC 优化方法能够更好地兼顾队形保持和路径最短的要求。另外，二次 SAC 优化方法的平均计算时间相比 VRF 结合 A*算法的计算效率有所降低，但仍控制在秒级以内，能够满足任务执行的需求。图 9 为编队中单个无人机场径二次 SAC 优化的性能指标。

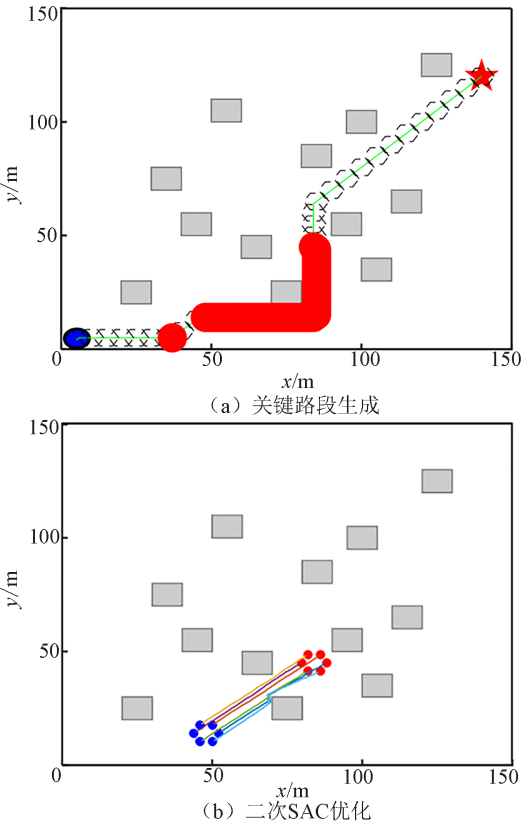


图 8 分阶段 SAC 动态轨迹生成、阶段划分及轨迹生成示意图

Fig. 8 Schematic of phased SAC dynamic trajectory generation, stage division, and trajectory generation

表 2 VRF+A*算法与二次 SAC 优化方法的仿真指标对比
Table 2 Comparison of simulation indexes between VRF + A* algorithm and quadratic SAC optimization method

序号	指标	VRF+A*算法	二次 SAC 优化
1	无人机编队半径/m	4.18	4.18
2	更新段路径长度/m	82.04	47.70
3	与障碍物最小距离/m	10.00	1.16
4	队形保持误差/m	0.70	2.10
5	平均计算时间/ms	209.02	923.81

如图 9 (a) 所示，编队中单个无人机的累计奖励值分布较为均衡，表明各无人机在任务执行过程中获得了相对公平的资源分配，且具有相同的路径规划质量。结合图 9 (b) 可得，不同无人机的平均计算时间虽然波动较大，但该计算时间波动在实际应用中仍处于可接受范围内。同时，该方法在路径优化性能上大幅提升，尤其是在复杂环境下的表现，能够有效弥补计算时间略高的不足。图 9 (c) 中路径长度基本保持在 45~52 m 的范围内，表明路径优化较为紧凑，避障安全裕度充足，说明优化路径兼顾了避障安全与整体路径规划效率。因此，尽管算法的实时性和优化效率仍有待进一步改进，但二次 SAC 方法在关键指标上的显著提升，使其在无人机路径规划任务中具有较高的应用价值。

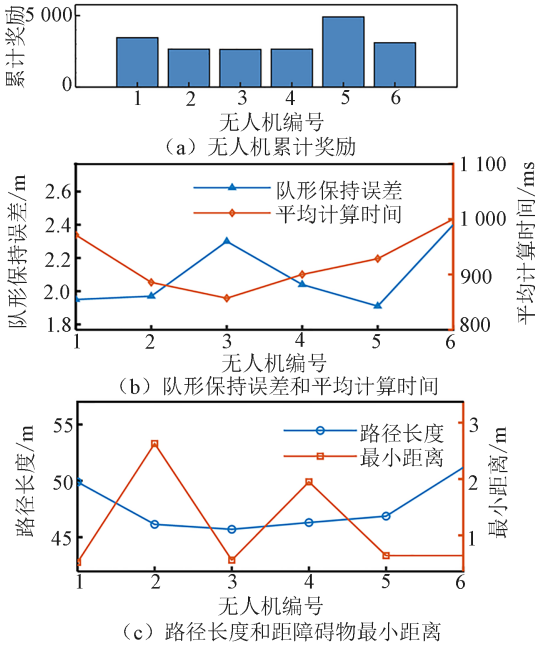


图 9 无人机路径二次 SAC 优化性能指标
Fig. 9 Performance metrics of UAV path quadratic SAC optimization

2 仿真与评估

2.1 仿真环境设置

2.1.1 基本参数配置

考虑到典型搜索任务的覆盖范围需求，将地图尺寸设置为 150 m×150 m，网格大小设为 1 m，在保证计算效率的同时确保路径规划的精度。无人机的物理尺寸参数基于当前主流小型无人机平台确定，编队半径为 0.75 m，编队规模设置为 6 架

无人机, 适合大部分编队飞行任务。最大迭代次数和时间步数的设置确保了算法有足够的优化空间, 同时避免过度计算。这些参数经过多次仿真实验验证和调优, 能够较好地平衡系统的各项性能指标。在实际应用中, 也可根据具体任务需求对这些参数进行适当调整。仿真实验的关键参数如表 3 所示。

表 3 仿真参数

Table 3 Simulation parameters

序号	参数	符号	取值
1	地图大小/m	map-size	150×150
2	网格大小/m	grid-size	1
3	无人机半径/m	UAV-radius	0.75
4	无人机直径/m	UAV-diameter	1.5
5	无人机数量	num-UAVs	6
6	最大迭代次数	max-iterations	10 000
7	最大时间步数	time-limit	70
8	能量消耗惩罚系数	energy-cost-factor	7 000
9	障碍物规避惩罚	obstacle-penalty	10
10	路径约束奖励	path-constraint-reward	5
11	任务约束奖励	task-constraint-reward	10

2.1.2 评估指标定义

为全面评估算法性能, 设计如下量化指标。

1) 路径优化度

$$\eta_{\text{path}} = \frac{L_{\text{opt}}}{L_{\text{act}}} \cdot 100\% \quad (37)$$

2) 队形保持度

$$\eta_{\text{form}} = \left(1 - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{|e_{\text{form}}(t)|}{e_{\text{max}}}\right) \cdot 100\% \quad (38)$$

3) 能量效率

$$\eta_{\text{energy}} = \frac{E_{\text{min}}}{E_{\text{act}}} \cdot 100\% \quad (39)$$

4) 任务完成率

$$\eta_{\text{task}} = \frac{N_{\text{success}}}{N_{\text{total}}} \cdot 100\% \quad (40)$$

式中: L_{opt} 为理想最短路径长度; L_{act} 为实际路径长度; e_{form} 为队形误差; e_{max} 为允许的最大误差阈值; E_{min} 为理论最小能耗; E_{act} 为实际能耗; N_{success} 为成功完成任务的次数; N_{total} 为总任务数。

2.2 算法性能对比

2.2.1 训练收敛性分析

1) 平均奖励计算

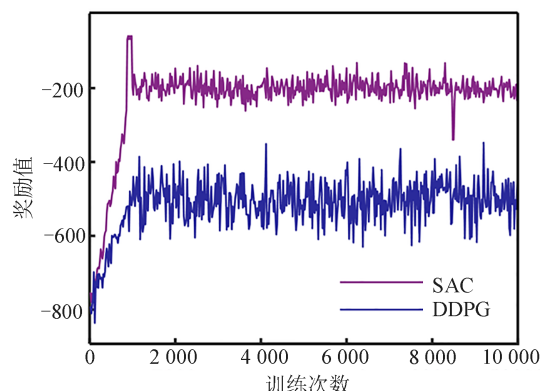
$$\bar{R} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_i \quad (41)$$

2) 收敛速度指标

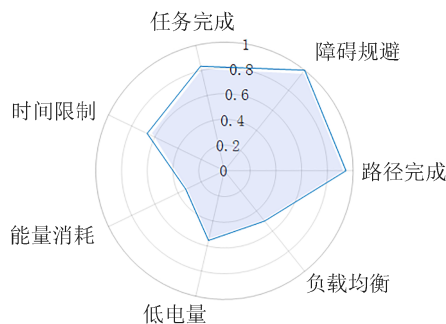
$$v_{\text{conv}} = \frac{R_{\text{target}} - R_0}{T_{\text{conv}}} \quad (42)$$

式中: R_i 为每进行一次完整交互后的累计奖励; R_{target} 为目标奖励值; R_0 为训练开始时的初始奖励值; T_{conv} 为收敛所需步数。

图 10 展示了 SAC 与 DDPG 算法在相同训练条件下的收敛情况以及 SAC 算法训练效果评估。其中, 图 10 (a) 为 SAC 与 DDPG 算法的奖励值随训练次数的变化趋势, 图 10 (b) 通过雷达图直观地展示了 SAC 算法的各项性能指标在整体训练中的结果评估。



(a) SAC与DDPG训练收敛情况



(b) SAC算法训练效果评估雷达图

图 10 SAC与DDPG算法训练效果

Fig. 10 Training effects of SAC and DDPG algorithms

如图 10 (a) 所示, SAC 算法拥有更快的奖励收敛速度与更高的最终奖励值, 且相较于 DDPG 算法, 训练收敛过程更加稳定; 图 10 (b) 的雷达图进一步验证了 SAC 算法在任务完成、轨迹优化、障碍规避等多个性能维度上的优势。综上所述, SAC 算法在本场景下展现出更优的训练效率和控制性能, 具有更强的应用潜力。

2.2.2 路径规划效果对比

本文提出的基于多目标评估的分段优化方法通过融合 VRF 算法与 SAC 智能算法, 在保证较大

搜索范围的同时, 实现了路径规划各项性能指标的全面提升。表4对比了不同算法在相同场景下的性能指标。

表4 不同算法效果对比

Table 4 Comparison of effects of different algorithms

性能指标	传统 A*/%	DDPG/%	本文方法/%
路径优化度	82.3	88.7	94.5
队形保持度	75.6	85.9	91.2
能量效率	70.4	83.2	89.7
任务完成率	85.7	90.3	95.8

如表4所示, 本文方法在路径优化度上比传统 A*方法提升了12.2%, 比DDPG算法提升了5.8%, 并且在能量效率上比传统 A*算法提升了19.3%, 比DDPG算法提升了6.5%。除此之外, 本文方法在队形保持度和任务完成率上相较传统 A*算法与DDPG算法也有明显提升。

2.3 影响编队控制性能的指标

2.3.1 编队半径影响

编队半径与系统性能指标的关系如下。

1) 队形稳定性

$$S_{\text{form}} = S_0 - \alpha' \cdot (R - R_{\text{opt}})^2 \quad (43)$$

2) 搜索效率

$$E_{\text{search}} = \beta' \cdot R \cdot e^{-\gamma' R} \quad (44)$$

式中: R_{opt} 为最优编队半径; S_0 为最大稳定性值; α' 、 β' 、 γ' 为特征系数。

2.3.2 动态避障性能

在复杂障碍环境下, 系统的避障性能可以通过以下2个指标进行评估。

1) 碰撞风险指数

$$R_l = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n \frac{1}{1 + e^{k_{\text{sig}} \cdot (d_i'(t) - d_{\text{safe}})}} \quad (45)$$

式中: R_l 用来衡量系统在整个飞行过程中接近障碍物的风险程度; $d_i'(t)$ 为第 i 架无人机在 t 时刻与最近障碍物的距离; d_{safe} 为安全阈值; k_{sig} 为 Sigmoid 函数斜率。

2) 避障成功率

$$P_{\text{avoid}} = \left(1 - \frac{N_{\text{collision}}}{N_{\text{coll-total}}}\right) \cdot 100\% \quad (46)$$

式中: $N_{\text{collision}}$ 为发生碰撞的次数; $N_{\text{coll-total}}$ 为参与避障任务的总次数。

2.4 算法鲁棒性研究

算法的鲁棒性是评价其在复杂实际环境中应用能力的重要指标之一。为此, 本节针对不同程

度的环境不确定性设计了扰动模型, 对算法的抗干扰性能进行了测试与分析。通过模拟位置不确定性和传感器噪声的扰动, 探讨无人机编队在受到外部干扰时的跟踪性能表现。

1) 位置不确定性

$$p = p_{\text{true}} + \epsilon_p, \quad \epsilon_p \sim N(0, \sigma_p^2) \quad (47)$$

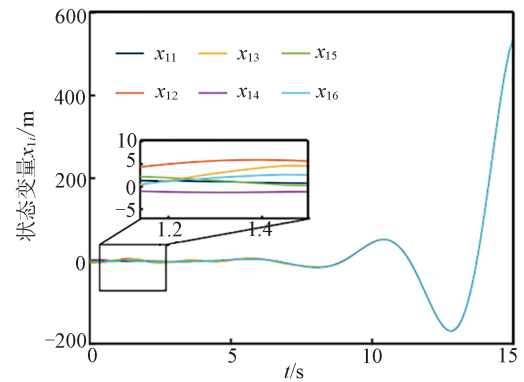
式中: p 为无人机位置观测值; p_{true} 为理论位置; ϵ_p 为位置扰动项, 服从高斯分布 $N(0, \sigma_p^2)$ 。

2) 传感器噪声

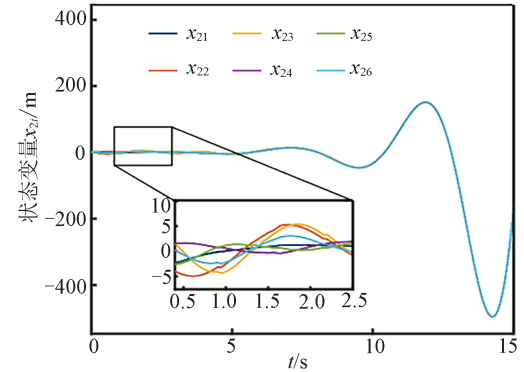
$$z = h(x) + \epsilon_s, \quad \epsilon_s \sim N(0, \sigma_s^2) \quad (48)$$

式中: z 为传感器测量值; $h(x)$ 为状态变量理想值; ϵ_s 为传感器噪声项, 服从高斯分布 $N(0, \sigma_s^2)$ 。

图11通过编队中无人机1和无人机2相对其他无人机的位置动态响应, 展示了无人机蜂群在受扰动条件下的跟踪性能, 可以直观地观察到系统在扰动作用下的动态变化及恢复过程。



(a) 无人机1相对其他无人机位置动态响应



(b) 无人机2相对其他无人机位置动态响应

图11 无人机编队在受干扰条件下的跟踪性能

Fig. 11 Tracking performance of UAV formation under disturbance conditions

由图11可以看出, 在扰动初始阶段, 相对位置的波动幅度较小, 均维持在 ± 5 m以内, 表明系统能够迅速响应并有效抑制扰动, 表现出较强的抗干扰能力。在扰动后期, 虽然相对位置出现了

较大波动,但图中所有无人机状态变量的变化响应曲线基本完全重合,从而验证了控制策略在实现状态一致方面的有效性,说明算法在较大扰动条件下仍然具备较高的鲁棒性和稳定性。此外,局部放大图进一步显示了初始阶段的细节变化,验证了系统对小幅扰动的快速响应能力。

3 结果与讨论

融合算法生成的最终路径具有以下 3 个特点: 1) 全局路径最优性,通过 A* 算法保证了整体规划路径达到最优; 2) 局部路径平滑性,通过 SAC 算法能够对局部轨迹进行优化; 3) 编队队形稳定性,利用 VRF 模型维持无人机编队的队形稳定。图 12 展示了融合算法最终生成的无人机编队路径规划结果,验证了本文方法能够在保持编队稳定的同时,实现路径优化。

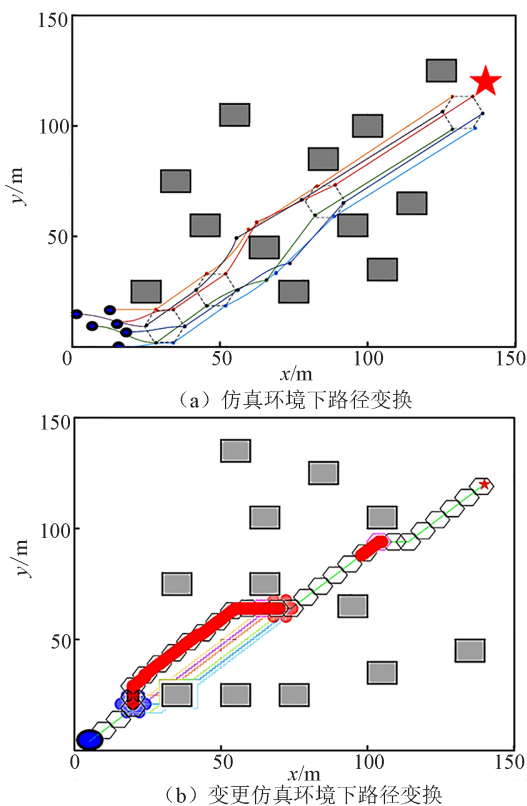


图 12 VRF+A*+SAC 生成路径

Fig. 12 Generation path based on VRF+A*+SAC

为了进一步分析路径规划效果,图 13 展示了经 SAC 算法优化后的无人机速度控制效果。

由图 13 可以看出, x 方向速度整体变化平稳,避免了剧烈的横向调整;同时, y 方向速度连续,保证了纵向运动稳定。经 SAC 算法优化后无人机

在 x 和 y 方向上的速度分量表现证明了分阶段优化策略能够有效平滑速度曲线,避免剧烈波动,显著提升了无人机的运动稳定性和轨迹跟随性能。相比传统方法, SAC 算法在复杂环境下表现出更强的适应性,确保了编队的整体协同性和路径规划的准确性。

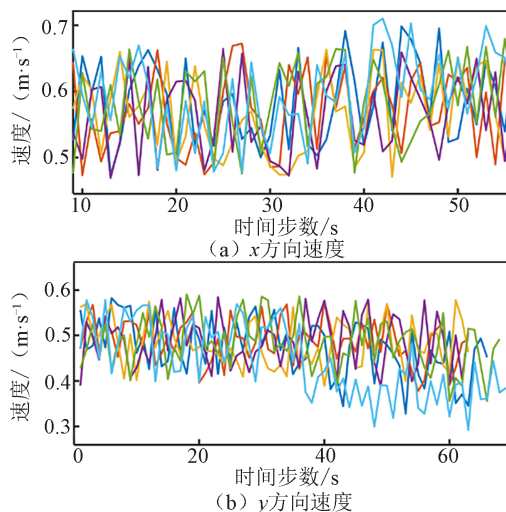


图 13 经 SAC 算法优化后无人机在 x 和 y 方向上的速度分量

Fig. 13 UAV velocity components (x, y) optimized by SAC algorithm

4 结论

本文针对无人机蜂群在复杂动态环境中的路径规划问题,提出了一种基于 VRF 与 SAC 融合的分段智能轨迹规划方法。通过全局路径规划与局部轨迹优化相结合,同时引入多目标评估体系,显著提升了路径质量、能量效率和编队稳定性,主要结论如下。

1) 提出基于 VRF 的全局路径规划方法,并结合 SAC 算法对局部路径进行动态优化,增强了算法在复杂动态环境中的适应性和灵活性。

2) 通过多目标评估体系优化路径规划,从路径质量、编队稳定性、能量效率等维度设计评估指标,仿真结果表明,本文方法在路径优化效果和能量效率上相比传统算法提升了 5%~20%。

3) 在动态环境下,二次优化策略有效降低了路径更新段长度,并在避障能力和队形保持误差控制方面表现较好,队形保持误差控制在 2.10 m 以内,满足任务需求。

4) 仿真实验验证了本文方法的有效性和鲁棒

性, 可平衡全局路径最优性与局部轨迹灵活性, 为无人机蜂群的智能路径规划提供了一种可行方案。

本文方法在路径优化和能量效率等方面表现良好, 但仍存在计算复杂度较高、训练时间较长等问题, 并且该方法仅在水平飞行场景下进行了仿真实验验证, 未考虑三维复杂环境的影响因素。未来, 可对本文算法进行优化, 如采用轻量级强化学习算法提高计算效率, 并扩展至三维路径规划以增强其适用性, 同时结合实际无人机实验来验证该方法的可行性和有效性。

参考文献

- [1] 郭楚微, 刘晓波, 武凤莺, 等. 美国无人机集群作战仿真与算法研究进展[J]. 战术导弹技术, 2024(6): 67-79.
GUO C W, LIU X B, WU F Y, et al. Progress of the US research on UAV cluster collaborative combat simulation and algorithms[J]. Tactical Missile Technology, 2024(6): 67-79.
- [2] 薛健, 赵琳, 向贤财, 等. 非完全信息下无人机集群对抗研究综述[J]. 电子与信息学报, 2024, 46(4): 1157-1172.
XUE J, ZHAO L, XIANG X C, et al. A review of the research on UAV swarm confrontation under incomplete information[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2024, 46(4): 1157-1172.
- [3] 吴润泽, 彭维仕, 马医选. 基于改进 TOPSIS 法的反无人机蜂群系统作战效能评估[J]. 现代防御技术, 2025, 53(1): 63-72.
WU R Z, PENG W S, MA Y X. Evaluation of combat effectiveness of anti-UAV swarm system based on improved TOPSIS method[J]. Modern Defence Technology, 2025, 53(1): 63-72.
- [4] ZHANG Y, FANG G, YANG X, et al. A multi-UAV formation standoff tracking algorithm with dual virtual structure[C]//YAN L, DUAN H B, YU X. Advances in Guidance, Navigation and Control. Singapore: Springer Singapore, 2021: 905-919.
- [5] SONG R, LIU Y C, BUCKNALL R, et al. Smoothed A* algorithm for practical unmanned surface vehicle path planning[J]. Applied Ocean Research, 2019, 83: 9-20.
- [6] LIU L S, LIN J F, YAO J X, et al. Path planning for smart car based on Dijkstra algorithm and Dynamic window approach[J]. Wireless Communications and Mobile Computing, 2021, 2021(1): 8881684.
- [7] WANG C, CHENG C S, YANG D Y, et al. Path planning in localization uncertain environment based on Dijkstra method[J]. Frontiers in Neurorobotics, 2022, 16: 821991.
- [8] YU Y, TANG J, HUANG J Y, et al. Multi-objective optimization for UAV-assisted wireless powered IoT networks based on extended DDPG algorithm[J]. IEEE Transactions on Communications, 2021, 69(9): 6361-6374.
- [9] TIAN S S, LI Y X, ZHANG X, et al. Fast UAV path planning in urban environments based on three-step experience buffer sampling DDPG[J]. Digital Communications and Networks, 2024, 10(4): 813-826.
- [10] 薛震, 盛汉霖, 陈欣, 等. 基于剪枝可视性地图的无人机全局规划方法[J/OL]. 航空学报, (2025-01-13)[2025-01-23]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20250110.1416.006.html>.
XUE Z, SHENG H L, CHEN X, et al. Global planning method for UAVs based on pruned visibility map[J/OL]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, (2025-01-13)[2025-01-23]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20250110.1416.006.html>.
- [11] 张兆宇, 段海滨. 时变切换拓扑下基于虚拟误差的无人机集群分布式协同控制[J]. 中国科学: 技术科学, 2024, 54(9): 1637-1651.
ZHANG Z Y, DUAN H B. Virtual error-based distributed cooperative control for multiple UAVs under time-varying switching topologies[J]. Scientia Sinica(Technologica), 2024, 54(9): 1637-1651.
- [12] 殷虎, 石磊鑫. 多UUV集群协同作业技术研究现状及发展趋势分析[J]. 舰船电子工程, 2024, 44(2): 4-9.
YIN H, SHI L X. Research status and development trend of multi-UUV cluster collaborative work technology[J]. Ship Electronic Engineering, 2024, 44(2): 4-9.
- [13] NAWAZ H, ALI H M, ALI LAGHARI A. UAV communication networks issues: a review[J]. Archives of Computational Methods in Engineering, 2021, 28(3): 1349-1369.
- [14] FU X W, PAN J, WANG H X, et al. A formation maintenance and reconstruction method of UAV swarm based on distributed control[J]. Aerospace Science and Technology, 2020, 104: 105981.
- [15] ZUDAIRE S A, NAHABEDIAN L, UCHITEL

- S. Assured mission adaptation of UAVs[J]. *ACM Transactions on Autonomous and Adaptive Systems*, 2021, 16(3-4): 1-27.
- [16] ZHANG P P, DE QUEIROZ M. 3D multi-agent formation control with rigid body maneuvers[J]. *Asian Journal of Control*, 2019, 21(3): 1088-1099.
- [17] KOT R, SZYMAK P, PISKUR P, et al. Astar (A*) with map processing for the global path planning of autonomous underwater and surface vehicles operating in large areas[J]. *Applied Sciences*, 2024, 14(17): 8015.
- [18] WANG J J, SUN Y J, WANG B W, et al. Mission-aware UAV deployment for post-disaster scenarios: a worst-case SAC-based approach[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2024, 73(2): 2712-2727.
- [19] ZHOU D J, SCHWAGER M. Virtual rigid bodies for coordinated agile maneuvering of teams of micro aerial vehicles[C]//2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2015: 1737-1742.
- [20] YAN C H, ZHANG W, LI X H, et al. Observer-based time-varying formation tracking for onesided lipschitz nonlinear systems via adaptive protocol[J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2020, 18(11): 2753 - 2764.
- [21] 杨博, 邢宇航, 刘粉干, 等. 一类求解非凸无约束优化问题的改进 L-BFGS 方法[J]. *火箭军工程大学学报*, 2024, 38(6): 67-72.
- YANG B, XING Y H, LIU F G, et al. A modified L-BFGS method for nonconvex unconstrained optimization[J]. *Journal of Rocket Force University of Engineering*, 2024, 38(6): 67-72.
- [22] ARIFIANTO O, FARHOOD M. Optimal control of a small fixed-wing UAV about concatenated trajectories[J]. *Control Engineering Practice*, 2015, 40: 113-132.
- [23] HAO G Q, LYU Q, HUANG Z, et al. UAV path planning based on improved artificial potential field method[J]. *Aerospace*, 2023, 10(6): 562.
- [24] HWANG H J, JANG J, CHOI J, et al. Step-wise soft actor-critic for UAV autonomous flight control[J]. *Drones*, 2023, 7(9): 549.
- [25] 迟骋, 李向阳, 张志利, 等. 基于动态卷积的混合模型性能评估方法[J]. *火箭军工程大学学报*, 2024, 38(5): 53-58, 80.
- CHI C, LI X Y, ZHANG Z L, et al. Performance evaluation method of hybrid model based on dynamic convolution[J]. *Journal of Rocket Force University of Engineering*, 2024, 38(5): 53-58, 80.

(编辑: 刘建民)